

TESTeksamen i

SCM200 Lager- og produksjonsplanlegging

Eksamensdag	: Mai 2020
Tid	: 09:00 – 14:00 (5 timer) + 2 timer ekstra pga. det tekniske med Inspira
Hjelpemidler	: Alle trykte og skrevne hjelpemidler + kalkulator som kan inneholde data
Antall sider inkl. forsiden	: Xx
Målform	: Norsk (bokmål)

- Det er ikke lov å få hjelp av andre.
- Dere skal jobbe alene.
- Faglærere kommer til å ta manuell plagiatskontroll.
- Reglene pålegger faglærerne å håndtere ulovlig samarbeid, hjelp eller kopiering som fusk.

Hustadmarmor AS

Hustadmarmor AS er en hjørnesteinsbedrift i Elnesvågen i Fræna kommune i Møre og Romsdal.

Her kommer en liten info-kavalkade om Hustadmarmor AS:



Hustadmarmor foredler norske naturressurser hovedsakelig i form av marmor, vann og vannkraft.

I tillegg transporterer vi store mengder råstoff fra gruvene og ferdige produkt til våre kunder rundt om i hele Nord-Europa. All industrivirksomhet har miljømessige konsekvenser, men både Hustadmarmor og de fleste andre bedrifter tar i dag miljøet på alvor. Vi er på stadig jakt etter forbedringer. Vi ønsker å ligge i forkant av den tekniske utviklingen, og søker å benytte best tilgjengelig teknologi til beste for miljøet.

Miljømessige framskritt gjør oss både glade og stolte, samtidig som det gir vår virksomhet aksept i samfunnet. Når vi lykkes på dette området opplever vi ofte at det også resulterer i økonomiske innsparinger på sikt, selv om tiltakene kan representere store investeringer i det de blir gjennomført.

MARMOR OG KALSIUMKARBONAT

Marmor er en bergart – på lik linje med granitt – og ble dannet for 400-650 millioner år siden.



Kalsiumkarbonat

En bergart er sammensatt av flere mineraler. Mengden og sammensetningen av de ulike mineralene i marmor kan variere, men den marmoren som Hustadmarmor bruker inneholder rundt 95 prosent av mineralet kalsitt som består av kalsium, karbon og oksygen. Det kjemiske navnet for dette er kalsiumkarbonat (CaCO_3) som er betegnelsen vi vil bruke i dette heftet. Andre mineraler i marmor kan for eksempel være kvarts, feltspat, glimmer og grafitt.

Marmor

Bergarten marmor er mest kjent som materiale

til skulpturer, gravstøtter og bygninger, men i tillegg er mineralet kalsiumkarbonat brukt i en rekke industrielle produkter, ikke bare til papir.

En evig prosess

Bergarter og mineraler som er basert på kalsiumkarbonat utgjør om lag 10 prosent av jordskorpa. Det er derfor mer enn nok å «ta av». Kalsiumkarbonat dannes kontinuerlig på jorden fra skjell, muslinger og organismer som har skjelett. Når disse organismene dør, synker skallet eller skjelettet til havbunnen og begynner på nytt å danne kalsiumkarbonat.



VISSTE DU AT

At flytende marmor fra Hustad-marmor erstatter cellulose og leire i produksjon av papir. Produksjon av cellulose bruker opp mot fire ganger så mye energi som produksjon av flytende marmor.



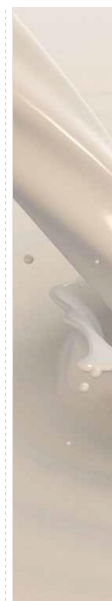
VISSTE DU AT

Over 50 prosent av vekten av glanset papir som brukes i ulike magasiner og brosjyrer kan bestå av stein levert fra Hustad-marmor. Papir som inneholder høy prosent flytende marmor vil ofte være skinnende og blankt.



VISSTE DU AT

Hustad-marmor sine produkter har en gjennomsnittlig partikkelstørrelse i området 0,4 mikrometer til 1,5 mikrometer. Det vil si at vi må legge ca 1 million partikler etter hverandre for at det skal tilsvare 1 meter.



FRA STEIN TIL FLYTENDE MARMOR

VISSTE DU AT

At flytende marmor fra Hustad-marmor erstatter cellulose og leire i produksjon av papir. Produksjon av cellulose bruker opp mot fire ganger så mye energi som produksjon av flytende marmor.



Hemmeligheten er at vi lader de mikroskopiske marmorpartiklene slik at de frastøter hverandre. På denne måten holder marmoren seg flytende i en blanding med vann.

Råstoff

Når marmoren blir tatt ut fra gruvene blir den umiddelbart knust ned til steiner på størrelse med en knyttneve eller mindre. Det meste av råstoffet kommer fra Brønnøysund, mens resten kommer fra vårt eget distrikt, Eide og Fræna.

Flotasjonsprosess

I fabrikken i Elnesvågen males steinene videre ned til ørsmå partikler slik at vi kan skille de ulike mineralene fra hverandre. Så tilsetter vi et middel som binder seg til alle andre mineraler enn kalsiumkarbonat. Dette, sammen med bruk av små luftbobler, gjør at de «uønskede» mineralene flyter opp til

overflaten og kan fjernes.

Litt av kalsiumkarbonatet flyter imidlertid også opp sammen med de mineralene vi vil bli kvitt og blander seg med dem. Slik blir noe av kalsiumkarbonatet en del av overskuddsmassen. Prosessen kalles for flotasjon.

Flytende marmor

Det rene kalsiumkarbonatet som er igjen etter flotasjonsprosessen males videre ned til en partikkelstørrelse på ca én tusendels millimeter. Deretter fjerner vi en del av vannet slik at vi sitter igjen med ca 75 prosent kalsiumkarbonat og 25 prosent vann. Kalsiumkarbonatet blir da svært klebrig og får nesten fast form (i naturen finnes det fjell som inneholder like mye vann). For å få marmoren flytende må vi derfor tilsette et dispergeringsmiddel som lader partiklene slik at de frastøter hverandre. Produktet er ferdig og den flytende marmoren ser nesten ut som fløte.

MILJØVENNLIG Å BRUKE SKIP

Vi produserer over tre millioner tonn flytende marmor pr år som eksporteres ved bruk av spesialbygde skip.



Skipsfrakt

Hvert år transporteres det til sammen nærmere seks millioner tonn råstoff og flytende marmor over Hustadmarmor sitt kaianlegg i Elnesvågen. Dermed er denne kaia en av de aller største havnene i landet. Ca 80 prosent av råstoffet, og praktisk talt 100 prosent av ferdigvaren fraktes med skip. Det er den klart mest miljøvennlige og energieffektive måten å transportere gods på, vi sparer miljøet for store utslipp av CO2 og NOX til luft.

Logistikk-system

De siste årene har vi også utviklet et logistikk-system som har redusert drivstofforbruket med 20 prosent. Dette har vi oppnådd gjennom bedre planlegging og bruk av større skip. Store skip seiler mer energieffektivt.

Det er store avstander mellom Hustadmarmor og mange av våre største kunder. Gjennom bruk av store og moderne skip har vi likevel en konkurransefordel sammenlignet med andre leverandører som frakter sine produkter med bil og jernbane.

Ballastvann

Det er i dag en økende fokus på spredning av uønskede organismer gjennom ballastvannet i skip. Dette er noe også vi og «Ressursgruppa» følger nøye med på. Skipene våre anløper imidlertid ulike havner i Nordsjøbassenget, og ekspertene vurderer risikoen som liten for å få inn uønskede organismer fra akkurat disse havnene.

VISSTE DU AT

Ca 250 skipslaster med flytende marmor skipes fra Hustadmarmor hvert år. De største skipene frakter 18.500 tonn. Skulle samme mengde flytende marmor blitt fraktet med tankbil, måtte vi ha brukt nærmere 100.000 tankbiler i året – eller nærmere 400 biler hvert døgn året rundt.



VISSTE DU AT

- Laboratoriet ved Hustadmarmor analyserer 10 000 prøver i måneden.
- Opp mot 30 prosent av våre ansatte er ingeniører, sivilingeniører eller utdannet gjennom Teknisk fagskole.
- Annenhver ansatt har fagbrev, og flere har fagbrev i to ulike fag.
- Gjennomsnittlig sykefravær siste siste 9 år er 3,8 prosent.



STRENG KONTROLL MED KJEMIKALIENE

Vi har installert omfattende overvåkningssystem for å kunne oppdage eventuelle utslipp. Vi har i tillegg et eget industrivern som er drillet for å håndtere uhell og utslipp.

Vi bruker flere typer kjemikalier i vår produksjon. Noen kan være farlige under spesielle forhold, mens andre kan være skadelig for miljøet. Dette er noe vi tar svært alvorlig, og

derfor utfører vi systematiske risikovurderinger for alle kjemikaliene vi benytter. Vi har strenge systemer og rutiner for hvordan kjemikaliene håndteres. Samtidig prøver vi hele tiden å ta i bruk nye og mer ufarlige kjemikalier. Vi har også investert i sikkerhetstanker som skal samle opp eventuelle lekkasjer fra lagertankene for kjemikalier. Dersom uhellet likevel skulle være ute har vi omfattende overvåkningssystemer som varsler oss umiddelbart hvis noe er galt.



EN HØYKOMPETANSEBEDRIFT MED SPENNENDE ARBEIDSPLASSER

Hustadmarmor er en høykompetansebedrift med en historie som spenner seg helt tilbake til 1948.



Omya

Hustadmarmor er en del av det sveitsiske Omya konsernet. Omya ble grunnlagt i 1884, og er i dag et verdensomspennende konsern med over 100 fabrikker og virksomheter fordelt på mer enn 50 land over hele verden. Omya foredler ulike mineraler som brukes som pigment i for eksempel papir, plastprodukter, maling, næringsmiddel og kosmetikk. Produktet blir også brukt til miljøtiltak som for eksempel rensing av vann og rensing av røkgasser fra varmekraftverk.

Læringer

Hustadmarmor er i dag verdens største produsent av pigment til papirindustrien.



Bedriften har ca 160 ansatte i tillegg til at vi kontinuerlig har 10-15 lærlinger hos oss. Vi satser på å rekruttere ungdom til de mange ulike og spennende fagområdene vi kan tilby. Vi er stolte over at nesten 70 ungdommer hittil har fullført læretida si og tatt sine fagbrev hos oss.

Mange involverte

Hustadmarmor sin virksomhet sysselsetter ca 750 årsverk dersom man regner med alle som er direkte involvert i verdikjeden fra uttak av råstoff i gruvene, transport inn til fabrikk, produksjon og transport av ferdigvare fram til kundene.

33



Oppgave 1 — 25% Prognostisering

Vi skal i denne oppgaven utarbeide 4 ukers prognoser for de 4 mest omsatte produktene til Hustadmarmor:

Produkt $i = 1$: Hydrocarb 65 % (HC65) (1)

Produkt $i = 2$: Hydrocarb 70 % (HC70) (2)

Produkt $i = 3$: Covercarb 65 % (CC65) (3)

Produkt $i = 4$: Covercarb 70 % (CC70) (4)

La:

X_{it} = antall 1000 tonn solgt uke nr. t (5)

for produkt $i = 1, 2, 3, 4$ og uke $t = 1, 2, 3, 4$.

Tabell 1 viser salget til Hustadmarmor de 4 første ukene (uke 1-4) i 2020 i antall 1000 tonn.

Uke 2020		1	2	3	4	5	6	7	8
HC65	X_{1t}	25	60	10	35				
HC70	X_{2t}	20	10	30	15				
CC65	X_{3t}	8	6	3	6				
CC70	X_{4t}	4	2	6	4				

Tabell 1: Historisk salg i antall 1000 tonn.

Som nyutdannende konsulenter i logistikk, skal vi nå hjelpe logistikkavdelingen med å utarbeide prognoser for de 4 neste ukene (uke 5-8) i antall 1000 tonn.

- a) (5%) Finn prognosene F_{35} , F_{36} , F_{37} og F_{38} for CC65 ved å bruke eksponentiell glatting med glattingsparameter $\theta = 0.8$. Avrund prognosene til én desimal.

Løsning:

Historiske prognoser: (CC65)

$$F_{32} = X_{31} = 8 \quad (6)$$

$$F_{33} = \theta F_{32} + (1 - \theta)X_{32} = 0.8 \cdot 8 + (1 - 0.8) \cdot 6 = 7.6 \quad (7)$$

$$F_{34} = \theta F_{33} + (1 - \theta)X_{33} = 0.8 \cdot 7.6 + (1 - 0.8) \cdot 3 = 6.68 \quad (8)$$

$$F_{35} = \theta F_{34} + (1 - \theta)X_{34} = 0.8 \cdot 6.68 + (1 - 0.8) \cdot 6 = 6.54 \quad (9)$$

Dermed: (med én desimal)

$$F_{35} = F_{36} = F_{37} = F_{38} = 6.5 \quad (10)$$

- b) (5%) Finn prognosene F_{45} , F_{46} , F_{47} og F_{48} for CC70 ved å bruke glidende gjennomsnitt med vindu $n = 2$. Avrund prognosene til nærmeste heltall.

Løsning:

Glidende gjennomsnittet av de $n = 2$ siste observasjonene:

$$F_{45} = \frac{X_{43} + X_{44}}{2} = \frac{6 + 4}{2} = 5 \quad (11)$$

Dermed:

$$F_{45} = F_{46} = F_{47} = F_{48} = 5 \quad (12)$$



Figur 1: Hustadmarmor.

Vi har nå funnet prognoser for CC65 og CC70 ved hjelp av enkle metoder for datasett som viser tilfeldig mønster.

Produktene HC65 og HC70 viser derimot fra historiske data at de har *sesongmønstre* for de 4 ukene i en måned. Vi må derfor lage prognoser som tar høyde for sesongmønsteret.

Prognoser for HC65:

Produktet viser at det har en topp i uke 2 og en bunn i uke 3, se tabell 1. Vi innfører dermed *sesongindekser* S_{11} , S_{12} , S_{13} og S_{14} for uke 1, 2, 3, og 4 hhv., som justerer salget i disse ukene opp eller ned. Anta at logistikkavdelingen allerede har funnet at:

$$S_{11} = 1 \tag{13}$$

$$S_{12} = 1.5 \tag{14}$$

$$S_{13} = 0.25 \tag{15}$$

$$S_{14} = 1 \tag{16}$$

Logistikkavdelingen har brukt sesongindeksene for å lage en prognose for HC65 på følgende måte:

1. Justerer de historiske dataene for uke 1-4 ved å dividere med sesongindeksen S_{1t} :

Uke 2020	1	2	3	4
HC65 X_{1t}	25	60	10	35
HC65 sesongjustert: $X'_{1t} = X_{1t}/S_{1t}$	25	40	40	35

Tabell 2: Sesongjusterte data.

2. Siden de justerte dataene har tilfeldig mønster bruker de eksponentiell glatting med glattingsparameter $\theta = 0.8$ for å finne historiske prognoser F'_{12} , F'_{13} og F'_{14} for de justerte dataene:

Uke 2020	1	2	3	4
HC65 X_{1t}	25	60	10	35
HC65 sesongjustert: $X'_{1t} = X_{1t}/S_{1t}$	25	40	40	35
HC65 historiske prognoser for justerte data: F'_{1t}	-	25	28	30.4

Tabell 3: Historiske prognoser for justerte data F'_{12} , F'_{13} og F'_{14} .

3. Bestem de fremtidige prognosene F'_{15} , F'_{16} , F'_{17} og F'_{18} ved hjelp av $ES(\theta = 0.8)$:

$$\begin{aligned}
 F'_{15} = F'_{16} = F'_{17} = F'_{18} &= \theta F'_{14} + (1 - \theta)X'_{14} \\
 &= 0.8 \cdot 30.4 + (1 - 0.8)35 = 31.3
 \end{aligned} \tag{17}$$

4. Finn prognosene F_{15} , F_{16} , F_{17} og F_{18} ved å multiplisere F'_{15} , F'_{16} , F'_{17} og F'_{18} med sesongindeksene. Vi avrunder til nærmeste hele 10-tall.

Uke 2020	1	2	3	4	5	6	7	8
HC65 justert: X'_{1t} , F'_{1t}	25	40	40	35	31.3	31.3	31.3	31.3
HC65: X_{1t} , $F_{1t} = F'_{1t}S_{1t}$	25	60	10	35	30	50	10	30

Tabell 4: Prognosene $F_{1t} = F'_{1t}S_{1t}$.

- c) (15%) Finn prognosene F_{25} , F_{26} , F_{27} og F_{28} for HC70 ved å bruke tilsvarende metode som for HC65. Anta at sesongindeksene er gitt ved:

$$S_{21} = 1 \quad (18)$$

$$S_{22} = 0.5 \quad (19)$$

$$S_{23} = 1.5 \quad (20)$$

$$S_{24} = 1 \quad (21)$$

Avrund prognosene til nærmeste hele 10-tall.

Løsning:

1. Justerer de historiske dataene for uke 1-4 ved å dividere med sesongindeksen S_{1t} :

Uke 2020	1	2	3	4
HC70 X_{2t}	20	10	30	15
HC70 sesongjustert: $X'_{2t} = X_{2t}/S_{2t}$	20	20	20	15

Tabell 5: Sesongjusterte data.

2. Siden de justerte dataene har tilfeldig mønster bruker de eksponentiell glatting med glattingsparameter $\theta = 0.8$ for å finne historiske prognoser F'_{22} , F'_{23} og F'_{24} for de justerte dataene:

$$F'_{22} = X'_{21} = 20 \quad (22)$$

$$F'_{23} = \theta F'_{22} + (1 - \theta)X'_{22} = 0.8 \cdot 20 + (1 - 0.8) \cdot 20 = 20 \quad (23)$$

$$F'_{24} = \theta F'_{23} + (1 - \theta)X'_{23} = 0.8 \cdot 20 + (1 - 0.8) \cdot 20 = 20 \quad (24)$$

Vi har dermed:

Uke 2020	1	2	3	4
HC70 X_{2t}	20	10	30	15
HC70 justert: $X'_{2t} = X_{2t}/S_{2t}$	20	20	20	15
HC70 historiske prognoser for justerte data: F'_{2t}	-	20	20	20

Tabell 6: Historiske prognoser for justerte data F'_{22} , F'_{23} og F'_{24} .

3. Bestem de fremtidige prognosene F'_{25} , F'_{26} , F'_{27} og F'_{28} ved hjelp av $ES(\theta = 0.8)$:

$$\begin{aligned}
 F'_{25} = F'_{26} = F'_{27} = F'_{28} &= \theta F'_{24} + (1 - \theta)X'_{24} \\
 &= 0.8 \cdot 20 + (1 - 0.8)15 = 19 \quad (25)
 \end{aligned}$$

4. Finn prognosene F_{25} , F_{26} , F_{27} og F_{28} ved å multiplisere F'_{25} , F'_{26} , F'_{27} og F'_{28} med sesongindeksene. Vi avrunder til nærmeste hele 10-tall.

Uke 2020	1	2	3	4	5	6	7	8
HC70 justert: X'_{2t} , F'_{2t}	20	20	20	15	19	19	19	19
HC70 X_{2t} , $F_{2t} = F'_{2t}S_{2t}$	20	10	30	15	20	10	30	20

Tabell 7: Prognosene $F_{2t} = F'_{2t}S_{2t}$.

■

Oppgave 2 — 25% Aggregert planlegging

Hustadmarmor ønsker å lage aggregerte produksjonsplaner som minimerer lager- og overtidskostnader.

Vi ser på to av produktfamiliene: Hydrocarb og Covercarb (HC og CC).

Planleggingshorisonten er 4 måneder og de ønsker å lage månedsplaner. Tabell 8 viser de aggregerte etterspørselsdataene for de to familiene.

Måned ($t = 1, \dots, 4$)	1	2	3	4
HC D_{1t}	200	240	160	200
CC D_{2t}	40	50	60	50

Tabell 8: Aggregerte etterspørselsdata i antall 1000 tonn.

I tillegg har vi følgende data om produktfamiliene: ¹

Familie ($i = 1, 2$)	HC	CC
Bearbeidingstid per 1000 tonn R_i	8	4
Lagerkostnad per måned per 1000 tonn H_i	40	20

Tabell 9: Data for produktfamiliene.

Totalt antall timer tilgjengelig for produksjon er 1200 timer per måned. Dersom Hustadmarmor ikke har nok produksjonskapasitet i en gitt måned, tar de i bruk overtid. Maksimalt antall overtidstimer per måned er 120 timer, og anta at hver overtidstime koster 5000 NOK. ²

Anta startslager og sluttlager er lik null for begge familiene.

¹ Anta heretter at alle tidsdata er i antall timer og alle kostnadsdata er i antall 1000 NOK.

² Dette er ekstrakostnaden som følge av at produksjonen foregår på overtid for ansatte og maskiner.

- a) (5%) Definer alle dataene i modellen.

Løsning:

Indekser:

- familiene indekseres ved $i = 1, 2$
- periodene indekseres ved $t = 1, \dots, 4$

Definerer data: ³

$$D_{it} = \text{etterspørsel (i antall 1000 tonn) av familie } i \text{ i periode } t, \quad (26)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 1, \dots, 4$

$$R_i = \text{bearbeidingstid (timer per 1000 tonn) for familie } i, \quad (27)$$

hvor $i = 1, 2$

$$\bar{R} = 1200 = \text{maksimalt antall timer tilgjengelig per periode} \quad (28)$$

$$\bar{O} = 120 = \text{maksimalt antall timer overtid tilgjengelig per periode} \quad (29)$$

$$C = 5000 = \text{kostnad per time overtid} \quad (30)$$

$$H_i = \text{lagerkostnad per 1000 tonn per periode per familie, } i = 1, 2 \quad (31)$$

$$I_{i0} = \text{startslager (} t = 0 \text{) for familie } i, \text{ hvor } i = 1, 2 \quad (32)$$

$$I_{i4} = \text{sluttlager (} t = 4 \text{) for familie } i, \text{ hvor } i = 1, 2 \quad (33)$$

³Husk at data er størrelsen vi ikke kan påvirke.

- b) (5%) Definer alle variablene i modellen.

Løsning:

Tre typer variabler:

Variabel 1:

Antall 1000 tonn produsert av hver familie per periode:

$$X_{it} = \text{antall 1000 tonn produsert av familie } i \text{ i periode } t \quad (34)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 1, \dots, 4$.

Variabel 2:

Antall timer overtid per periode:

$$O_t = \text{antall timer overtid i periode } t \quad (35)$$

hvor $t = 1, 2$.

Variabel 3:

Antall 1000 tonn overlagret fra en periode til neste av hver familie:

$$I_{it} = \text{antall 1000 tonn overlagret fra periode } t \text{ til } t + 1 \text{ av familie } i \quad (36)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 1, \dots, 3$.

- c) (5%) Beskriv målfunksjonen i modellen. ⁴

Løsning:

Målfunksjonen C_{tot} er gitt ved totale lager- og overtidskostnader:

$$C_{tot} = \overbrace{\sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^4 H_i I_{it}}^{\text{lagerkostnad}} + \overbrace{C \sum_{t=1}^4 O_t}^{\text{overtidskostnad}} \quad (37)$$

⁴Summen av totale lager- og overtidskostnader.

- d) (5%) Beskriv alle føringene i modellen.

Løsning:

Tre føringer:

Føring 1: ⁵

Lagerbalansen må være oppfylt:

$$I_{it-1} + X_{it} - D_{it} = I_{it} \quad (38)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 1, \dots, 4$.

Føring 2:

Maksimal produksjonskapasitet totalt for hvert periode (i antall timer):

$$\sum_{i=1}^2 R_i X_{it} \leq \bar{R} + O_t \quad (39)$$

hvor $t = 1, \dots, 4$.

Føring 3:

Maksimalt antall overtidstimer per periode (i antall timer):

$$O_t \leq \bar{O} \quad (40)$$

hvor $t = 1, \dots, 4$.

⁵Vårt problem dreier seg om lager over flere perioder. Derfor må det være en lagerbalanseligning inne i bildet.

Hustadmarmor har i tillegg til overtid, muligheten til å ta i bruk en eldre maskin som de ikke benyttes lenger pga. både lavere bearbeidingstider og høyere produksjonskostnader enn de nyere maskinene som Hustadmarmor benytter idag.

Anta vi har følgende data for denne maskinen:

Familie ($i = 1, 2$)	HC	CC
Bearbeidingstid per 1000 tonn R_i^m	10	6
Ekstra produksjonskostnader per 1000 tonn C_i^m	4	2

Tabell 10: Data for produktfamiliene.

Maskinen kan kjøre maksimalt i 150 timer per måned.

- e) (5%) Utvid modellen slik den gir muligheten til å benytte den gamle maskinen.⁶

Løsning:

Nye data:

$$R_i^m = \text{bearbeidingstid for familie } i \text{ på den gamle maskinen,} \quad (41)$$

hvor $i = 1, 2$

$$C_i^m = \text{ekstra produksjonskostnader for familie } i \text{ på den gamle} \quad (42)$$

maskinen, hvor $i = 1, 2$

$$R^m = 150 = \text{maksimalt antall produksjonstimer på den gamle} \quad (43)$$

maskinen pr. måned

⁶Dette er en A-oppgave. Hopp gjerne over denne oppgaven og prøv til slutt dersom du har tid igjen. Dere må utvide målfunksjonen for de ekstra kostnadene som påløper som følge av at de bruker maskinen. Dere må også ha en ny føring som sikrer at de ikke kan kjøre maskinen mer enn 150 timer per måned.

Ny variabel:

$$Z_{it} = \text{antall 1000 tonn produsert av familie } i \text{ i måned } t \text{ på} \quad (44)$$

den gamle maskinen, hvor $i = 1, 2$ og $t = 1, \dots, 4$.

Ny målfunksjon

Den nye målfunksjonen C_{tot} er gitt ved totale lager- og overtidskostnader og ekstra produksjonskostnader:

$$C_{tot} = \overbrace{\sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^4 H_i I_{it}}^{\text{lagerkostnad}} + \overbrace{C \sum_{t=1}^4 O_t}^{\text{overtidskostnad}} + \overbrace{\sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^4 C_i^m Z_{it}}^{\text{ekstra produksjonskostnader}} \quad (45)$$

Nye føringer

Lagerbalansen må oppdateres for å inkludere produksjonen på den gamle maskinen:

$$I_{it-1} + X_{it} + Z_{it} - D_{it} = I_{it} \quad (46)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 1, \dots, 4$.

Produksjonskapasiteten på den gamle maskinen må overholdes:

$$\sum_{i=1}^2 R_i^m Z_{it} \leq R^m \quad (47)$$

hvor $t = 1, \dots, 4$.

■

Oppgave 3 — 25% Master produksjonsplanlegging EOQ

Hustadmarmor, som driver serieproduksjon, ønsker nå å bestemme optimale seriestørrelser for produktene CC65 og CC70 ved hjelp av EOQ-formelen. Anta vi har fått følgende data:

Produkt	Etterspørsel	Lagerkostnad	Setupkostnad
CC65	6.5	4	15
CC70	5	5	18

Tabell 11: EOQ-data.

hvor etterspørselen er i antall 1000 tonn per uke, lagerkostnaden er i 1000 NOK per uke per 1000 tonn og setupkostnaden er i antall 1000 NOK.

- a) (5%) Regn ut optimale seriestørrelser for CC65 og CC70 hhv. ved hjelp av EOQ-formelen. Avrund til nærmeste heltall.

Løsning:

Definerer datastørrelsene:

$$D_3, D_4 = \text{konstant etterspørsel for CC65 og CC70 hhv.} \quad (48)$$

$$S_3, S_4 = \text{setupkostnaden for CC65 og CC70 hhv.} \quad (49)$$

$$H_3, H_4 = \text{lagerkostnaden for CC65 og CC70 hhv.} \quad (50)$$

La X_3^* og X_4^* være de optimale seriestørrelsene vi får fra EOQ-formelen.

CC65

$$X_3^* = \sqrt{\frac{2D_3S_3}{H_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.5 \cdot 15}{4}} = 6.98 \approx 7 \quad (51)$$

CC70

$$X_4^* = \sqrt{\frac{2D_4S_4}{H_4}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 18}{5}} = 6 \quad (52)$$

- b)** (5%) Regn ut optimale omløpstider for CC65 og CC70 fra svarene du fikk fra oppgave 3a). Avrund til en desimal.

Løsning:

La O_3^* og O_4^* være de optimale omløpstidene vi får fra EOQ-formelen.

CC65

$$O_3^* = \frac{X_3^*}{D_3} = \frac{7}{6.5} = 1.077 \approx 1.1 \quad (\text{ uker }) \quad (53)$$

CC70

$$O_4^* = \frac{X_4^*}{D_4} = \frac{6}{5} = 1.2 \quad (\text{ uker }) \quad (54)$$

- c) (5%) Regn ut optimale lager -og setupkostnader for CC65 og CC70 hhv. Avrund til nærmeste heltall.

Løsning:

La C_3^* og C_4^* være de optimale lager- og setupkostnadene vi får fra EOQ-formelen.⁷

CC65

$$C_3^* = H_3 X_3^* = 4 \cdot 7 = 28 \quad (1000 \text{ NOK per uke}) \quad (56)$$

CC70

$$C_4^* = H_4 X_4^* = 5 \cdot 6 = 30 \quad (1000 \text{ NOK per uke}) \quad (57)$$

⁷Vi bruker her «kortformelen» $C^* = HX^*$ for å beregne minimale kostnader. Alternativt kan man benytte den generelle kostnadsfunksjonen:

$$C = \frac{SD}{X} + \frac{1}{2}HX \quad (55)$$

Husk da at kortformelen er *kun* korrekt for den minimale seriestørrelsen $X = X^*$.

Produktene CC65 og CC70 tilhører samme produktfamilie (Covercarb). De skiller på prosenten marmor - 65% og 70% hhv. Jo mer marmor i produktet desto *hvitere* blir produktet.

CC70 anses derfor som et produkt med høyere *kvalitet* enn CC65.

For Hustadmarmor er det svært viktig å ikke gå tomt på lager. Dersom produktet CC65 går tomt på lager, kan Hustadmarmor levere CC70 istedet. De får derimot kun prisen tilsvarende CC65, dvs. de taper differansen, som er estimert til 3000 NOK per 1000 tonn.

Anta Hustadmarmor opererer med en servicegrad på 99% for alle sine produkter, dvs. sikkerhetsfaktoren er $Z_{99} = 2.33$ for alle produktene.

Anta vi har følgende data for fastsettelse av servicegrad:

	CC65	CC70
Ukentlig standardavvik (i antall 1000 tonn) σ_i	3	2
Ledetid i antall dager L_i	2	3

Tabell 12: Servicegrad data.

- d) (5%) Regn ut sikkerhetslageret for CC65 som gir ønsket servicegrad på 99%. Regn også ut bestillingspunktet og kostnaden på sikkerhetslageret.

Løsning:

Definerer datastørrelsene:

$$L_3, L_4 = \text{ledetiden for CC65 og CC70 hhv., (i dager)} \quad (58)$$

$$\sigma_3, \sigma_4 = \text{setupkostnaden for CC65 og CC70 hhv., (i uker)} \quad (59)$$

La SS_3 og SS_4 være sikkerhetslagrene for CC65 og CC70 hhv., og la R_3 og R_4 være bestillingspunktene. Til slutt lar vi C_{SS_3} og C_{SS_4} være kostnadene på sikkerhetslagrene.

CC65

Sikkerhetslageret:

$$SS_3 = Z_{99} \sqrt{\frac{L_3}{7}} \sigma_3 = 2.33 \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} \cdot 3 = 3.736 \quad (1000 \text{ tonn}) \quad (60)$$

Kostnad på sikkerhetslageret:

$$C_{SS_3} = H_3 SS_3 = 4 \cdot 3.736 = 14.94 \quad (1000 \text{ NOK per uke}) \quad (61)$$

Bestillingspunktet:

$$R_3 = \frac{L_3}{7} D_3 + SS_3 = \frac{2}{7} \cdot 6.5 + 14.94 = 5.59 \approx 6 \quad (1000 \text{ tonn}) \quad (62)$$

- e) (5%) Hustadmarmor kan nå velge om sikkerhetslageret for CC65 fra oppgave 3d) skal leveres fra CC65 selv eller fra CC70. Hvilken strategi foreslår du? Gi en kort begrunnelse.

Løsning:

Se tabell 11.

Hustadmarmor bør *ikke* bruke CC70 som sikkerhetslager for CC60 siden det koster 3000 NOK ekstra å produsere CC70 kontra CC60. I tillegg koster det mer å lagre CC70 enn å lagre CC65 ($H_3 = 4$ mot $H_4 = 5$).

■

Oppgave 4 — 25% Master produksjonsplanlegging Wagner-Within

Hustadmarmor skal nå bestemme serieproduksjonen for HC65 og HC70 hhv. for uke 5, 6, 7 og 8.

Anta vi har følgende prognoser (i 1000 tonn):

Uke 2020	5	6	7	8
HC65: $D_{1t} = F_{1t}$	30	50	10	30
HC70: $D_{2i} = F_{2t}$	20	10	30	20

Tabell 13: Prognoser for HC65 og HC70.

Anta vi har følgende kostnadsdata:

Produkt	Lagerkostnad H_i	Setupkostnad S_i
HC65	5	15
HC70	10	20

Tabell 14: Kostnadsdata.

hvor lagerkostnaden er i 1000 NOK per uke per 1000 tonn og setupkostnaden er i antall 1000 NOK.

Anta startslager og sluttlager er lik null.

- a) (15%) Regn ut optimale lager-og setupkostnader for HC65 ved hjelp av Wagner-Within's algoritme. Finn optimale serie- og lagerstørrelser. ⁸

⁸Dvs. finn X_{1t} -verdiene og I_{1t} -verdiene.

Løsning:

Wagner-Withins algoritme:

La $S_1 = 15$ og $H_1 = 5$ og anta etterspørslene er definert som D_{1t} hvor $t = 5, \dots, 8$.
La C_t^* være den optimale løsningen av delproblemet med t perioder, $t = 1, \dots, 4$.

Delproblem P_1 :

$$C_1^* = S_1 = 15 \quad (63)$$

Delproblem P_2 :

$$C_2^* = \min \left[C_{10}, C_{x1} \right] \quad (64)$$

$$= \min \left[C_1 + H_1 D_{16}, C_1^* + S \right] \quad (65)$$

$$= \min \left[15 + 5 \cdot 50, 15 + 15 \right] \quad (66)$$

$$= \min \left[265, \underline{30} \right] \quad (67)$$

$$= 30 \quad (68)$$

Horisontteoremet kutter periode 1.

Delproblem P_3 :

$$C_3^* = \min [C_{x10}, C_{xx1}] \quad (69)$$

$$= \min [C_{x1} + H_1 D_{17}, C_2^* + S_1] \quad (70)$$

$$= \min [30 + 5 \cdot 10, 30 + 15] \quad (71)$$

$$= \min [80, \underline{45}] \quad (72)$$

$$= 45 \quad (73)$$

Horisontteoremet kutter 2.

Delproblem P_4 :

$$C_4^* = \min [C_{xx10}, C_{xxx1}] \quad (74)$$

$$= \min [C_{xx1} + H_1 D_{18}, C_3^* + S_1] \quad (75)$$

$$= \min [45 + 5 \cdot 30, 45 + 15] \quad (76)$$

$$= \min [195, \underline{60}] \quad (77)$$

$$= 60 \quad (78)$$

Vi ser umiddelbart at dette er «just-in-time» løsningen, dvs produksjon i hver måned og dermed null lager.

Minimale lager- og setupkostnader er dermed gitt ved:

$$C^* = C_{1111} = 60 \quad (1000 \text{ NOK}) \quad (79)$$

Seriestørrelsene:

$$X_{15} = D_{15} = 30 \quad (80)$$

$$X_{16} = D_{16} = 50 \quad (81)$$

$$X_{17} = D_{17} = 10 \quad (82)$$

$$X_{18} = D_{18} = 30 \quad (83)$$

Lagerstørrelsene:

$$I_{15} = 0 \quad (84)$$

$$I_{16} = 0 \quad (85)$$

$$I_{17} = 0 \quad (86)$$

$$I_{18} = 0 \quad (87)$$

Hustadmarmor har produksjonskapasitet i form av antall timer tilgjengelig per uke. Anta at for produktene HC65 og HC70 er det totalt 200 timer tilgjengelig for produksjon per uke. Hustadmarmor ønsker også å ta høyde for setuptidene.

Vi har oppgitt følgende produksjonsdata (alle tall i antall timer):

Produkt	Bearbeidingstid per 1000 tonn R_i	Setuptid δ_i
HC65	5	4
HC70	10	6

Tabell 15: Kostnadsdata.

Anta vi har definert følgende matematiske størrelser:

Data:

$$D_{it} = \text{etterspørsel (i 1000 tonn) etter produkt } i \text{ i uke } t, i = 1, 2 \text{ og } t = 5, \dots, 8 \quad (88)$$

$$S_i = \text{setupkostnad for produkt } i, i = 1, 2 \quad (89)$$

$$H_i = \text{lagerkostnad (per uke per 1000 tonn) for produkt } i, i = 1, 2 \quad (90)$$

$$R_i = \text{bearbeidingstid for produkt } i \text{ i uke } t, i = 1, 2 \text{ og } t = 5, \dots, 8 \quad (91)$$

$$\delta_i = \text{setuptid for produkt } i \text{ i uke } t, i = 1, 2 \text{ og } t = 5, \dots, 8 \quad (92)$$

$$R = \text{max antall timer tilgjengelig for produksjon av HC65 og HC70 per uke} \quad (93)$$

Variabler:

$$X_{it} = \text{antall 1000 tonn produsert av produkt } i \text{ i uke } t, i = 1, 2 \text{ og } t = 5, \dots, 8 \quad (94)$$

$$Y_{it} = \text{hvorvidt produkt } i \text{ produseres i uke } t \text{ eller ikke, } i = 1, 2 \text{ og } t = 5, \dots, 8 \quad (95)$$

$$I_{it} = \text{antall 1000 tonn overlagret av produkt } i \text{ fra uke } t - 1 \text{ til uke } t, \quad (96)$$

$$\text{for } t = 5, \dots, 7 \quad (97)$$

- b) (10%) Skriv opp målfunksjonen og føringene som minimerer lager- og setupkostnadene.

Løsning:

Målfunksjon:

$$C = \sum_{i=1}^2 \sum_{t=5}^7 H_i I_{it} + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=5}^8 S_i Y_{it} \quad (98)$$

Føringer:

1) Lagerbalanse:

$$I_{it-1} + X_{it} - D_{it} = I_{it} \quad (99)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 5, \dots, 8$.

2) Logisk føring:

$$X_{it}(1 - Y_{it}) = 0 \quad (100)$$

hvor $i = 1, 2$ og $t = 5, \dots, 8$.

3) Kapasitetsføring

$$\sum_{i=1}^2 R_i X_{it} + \sum_{i=1}^2 \delta_i Y_{it} \leq R \quad (101)$$

hvor $t = 5, \dots, 8$.