



Høgskolen i Molde

Vitenskapelig høyskole i logistikk

1. Grunnleggende emner

Oppgaver mandag 3. august: DEL 2

“MAT001 Forkurs i matematikk”, 2020

Problem 1.1 — Kvadratsetningene og pilmetoden

Setning 1.0.1 — Den generelle kvadratsetningen

La a , b , c og d være reelle tall. Fra den distributive lov følger at:

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd, \quad (1.1)$$

som vi kaller den generelle kvadratsetningen.



Lign.(1.1) er så viktig at det er **tre spesialtilfeller** av denne ligningen som har egne navn.

Setning 1.0.2 — Kvadratsetningene og konjugatsetningen

Lign.(1.1) har følgende spesialtilfeller:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1. \text{ kvadratsetning}) \quad (1.2)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2. \text{ kvadratsetning}) \quad (1.3)$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (\text{konjugatsetningen}) \quad (1.4)$$

Regn ut uttrykkene:

a) $(x+y)^2$

b) $(x-y)^2$

c) $(x-y)(x+y)$

d) $(5a+2b)^2$

e) $-(2y-3x)^2$

f) $(ax-by)(ax+by)$

g) $-(2x-6+2y)(y+9-4x)$ (bruk "pilmetoden")

■

Problem 1.2 — Visualisering av kvadratsetningene

Første kvadratsetning lyder:

Definisjon 1.0.1 For alle reelle tall a og b gjelder:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \quad (1.5)$$

Første kvadratsetning kan "bevise" geometrisk ved hjelp av *arealbetraktninger*.

Anta vi starter med et kvadrat hvis sider er $a + b$, som vist i figur 1.1.
Arealet av hele kvadratet er

$$A = (a + b)^2, \quad (1.6)$$

som vi ønsker å finne et uttrykk for.

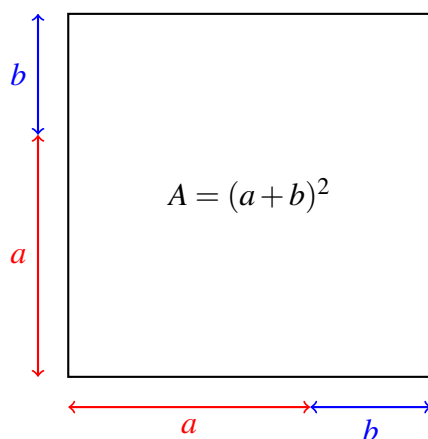


Figure 1.1: Et kvadrat med sidene $a + b$.

Ideen er nå å *dele opp* kvadratet i 4 *rektangler* ved å trekke linjer akkurat hvor a ender og b starter, se figur 1.2.

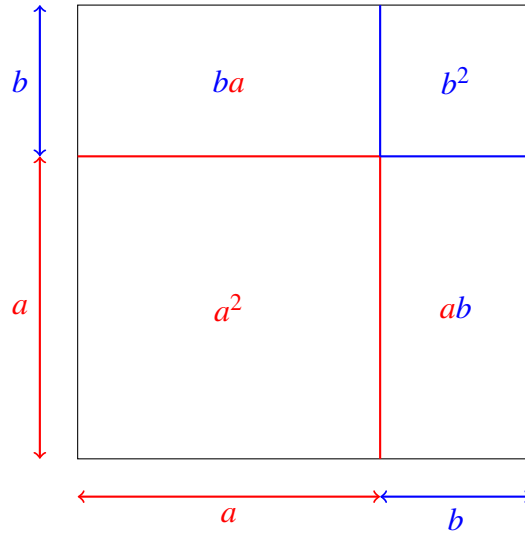


Figure 1.2: Oppdeling.

Summen av arealene av de fire mindre rektanglene må være lik det totale arealet:

$$A = (a + b)^2 \tag{1.7}$$

$$= a^2 + ba + ab + b^2 \tag{1.8}$$

$$= a^2 + 2ab + b^2, \tag{1.9}$$

som beviser 1. kvadratsetning.

- a)** Finn et tilsvarende geometrisk "bevis" for 2. kvadratsetning:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2. \quad (1.10)$$

- b)** Finn et tilsvarende geometrisk "bevis" for 3. kvadratsetning (konjugatsetningen):

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2. \quad (1.11)$$

■