



Høgskolen i Molde

Vitenskapelig høyskole i logistikk

1. Grunnleggende emner

Løsning tirsdag 4. august: DEL 1

“MAT001 Forkurs i matematikk”, 2020

1.1 Brøkregning

Problem 1.1 — Brøkregning

En *felles divisor* er et tall som både kan deles på teller og nevner. En brøk kan *forenkles* dersom teller og nevner har en felles divisor.

En brøk er på sin **enkleste form** dersom teller og nevner ikke har en felles divisor.

a) Finn *alle* felles divisorer til brøkene og forkort brøkene så mye som mulig.

$$i) \quad \frac{54}{28} \quad (1.1)$$

$$ii) \quad -\frac{36}{144} \quad (1.2)$$

$$iii) \quad \frac{23}{11} \quad (1.3)$$

$$iv) \quad \frac{21}{49} \quad (1.4)$$

Løsning:

i) Felles divisorer: 2 (1.5)

$$\frac{54}{28} = \frac{54/2}{28/2} = \frac{27}{14} \quad (1.6)$$

ii) Felles divisorer: 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (1.7)

$$-\frac{36}{144} = -\frac{36/36}{144/36} = -\frac{1}{6} \quad (1.8)$$

iii) Felles divisorer: *ingen, og brøken kan dermed ikke forenkles.* (1.9)

iv) Felles divisorer: 7 (1.10)

$$\frac{21}{49} = \frac{21/7}{49/7} = \frac{3}{7} \quad (1.11)$$

Vi husker at addisjon og multiplikasjon av to brøker er definert ved:

Definisjon 1.1.1 — Algebraiske operasjoner: + og ·

La $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ være to vilkårlige brøker.

Addisjon er definert som:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \quad (1.12)$$

Multiplikasjon er definert som:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad (1.13)$$

- b)** Bruk *definisjonene* for addisjon og multiplikasjon og regn ut brøkene. Forkort svaret så mye som mulig.

$$i) \quad \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \quad (1.14)$$

$$ii) \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \quad (1.15)$$

$$iii) \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \quad (1.16)$$

$$iv) \quad \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) \quad (1.17)$$

Løsning:

$$i) \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{4 \cdot 6 + 5 \cdot 5}{5 \cdot 6} = \frac{24 + 25}{30} = \frac{49}{30} \quad (1.18)$$

$$ii) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{5} \quad (1.19)$$

$$= \frac{1 \cdot 4 + 3 \cdot 1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5} = \frac{7}{12} + \frac{1}{5} \quad (1.20)$$

$$= \frac{7 \cdot 5 + 12 \cdot 1}{12 \cdot 5} = \frac{35 + 12}{60} \quad (1.21)$$

$$= \frac{47}{60} \quad (1.22)$$

$$iii) \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1 \quad (1.23)$$

$$iv) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3} \right) = \left(\frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 5} \right) \left(\frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 4}{2 \cdot 3} \right) \quad (1.24)$$

$$= \frac{19}{15} \cdot \frac{11}{6} \quad (1.25)$$

$$= \frac{209}{90} \quad (1.26)$$

Vi husker at subtraksjon og divisjon av to brøker er *avledet* av addisjon og multiplikasjon hhv:

Definisjon 1.1.2 — Algebraiske operasjoner: – og /

La $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ være to vilkårlige brøker.

Subtraksjon er definert som:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} \quad (1.27)$$

Divisjon er definert som:

$$\frac{a}{b} \bigg/ \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad (1.28)$$

- c) Bruk *definisjonene* for subtraksjon og divisjon og regn ut brøken. Forkort svaret så mye som mulig.

$$\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{12}}{-\frac{1}{6} + \frac{3}{8}} \quad (1.29)$$

Løsning:

$$\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{12}}{-\frac{1}{6} + \frac{3}{8}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{12}}{\frac{3}{8} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{3 \cdot 12 - 4 \cdot 1}{4 \cdot 12}}{\frac{3 \cdot 6 - 8 \cdot 1}{8 \cdot 6}} = \frac{\frac{32}{48}}{\frac{10}{48}} = \frac{32}{\cancel{48}} \cdot \frac{\cancel{48}}{10} \quad (1.30)$$

$$= \frac{32}{10} = \frac{32/2}{10/2} = \frac{16}{5} \quad (1.31)$$

En ofte litt enklere måte å addere/subtrahere brøker på er å finne den *minste fellesnevneren*.

Definisjon 1.1.3 — Addisjon av to brøker når nevneren er lik

La $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{b}$ ha samme (felles)nevner b .

Addisjon er da gitt på den enklere formen

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (1.32)$$

Vi har tilsvarende formel for subtraksjon.

- d) Finn minste fellesnevner og regn ut brøken. Forkort brøken hvis mulig.

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{3} + \frac{5}{15} \quad (1.33)$$

Løsning:

Minste fellesnevner er 15, så vi utvider brøkene slik at alle har nevner 15:

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{3} + \frac{5}{15} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{5}{15} \quad (1.34)$$

$$= \frac{3}{15} - \frac{10}{15} + \frac{5}{15} \quad (1.35)$$

$$= \frac{3 - 10 + 5}{15} = -\frac{2}{15} \quad (1.36)$$

1.2 Prosent

1.2.1 Prosent

Definisjon 1.2.1 — Prosent

Andelen av a i forhold til b kan uttrykkes i prosent, dvs. “**av hundre prosent**”:

$$\frac{a}{b} \cdot 100 \% \quad (1.37)$$

- a) Anta du har $K_0 = 5000$ NOK i banken med en rente på $r = 10\%$ i året.

Hvor mye i banken har du etter 2 år og 14 dager?

Regn et år som 52 uker og skriv svaret avrundet til nærmeste heltall.

Løsning:

Etter 1 år: ($r = 10\% = 0.1$)

$$K_1 = K_0 + K_0 r \quad (1.38)$$

$$= (5000 + 5000 \cdot 0.1) \text{ NOK} \quad (1.39)$$

$$= (5000 + 500) \text{ NOK} \quad (1.40)$$

$$= 5500 \text{ NOK} \quad (1.41)$$

Etter 2 år:

$$K_2 = K_1 + K_1 r \quad (1.42)$$

$$= (5500 + 5500 \cdot 0.1) \text{ NOK} \quad (1.43)$$

$$= (5500 + 550) \text{ NOK} \quad (1.44)$$

$$= 6050 \text{ NOK} \quad (1.45)$$

Etter 2 år og 14 dager (2 uker):

$$K_{2,14} = K_2 + K_2 r \frac{2}{52} \quad (1.46)$$

$$= \left(6050 + 6050 \cdot 0.1 \cdot \frac{2}{52} \right) \text{ NOK} \quad (1.47)$$

$$\approx (6050 + 23) \text{ NOK} \quad (1.48)$$

$$= 6073 \text{ NOK} \quad (1.49)$$

Definisjon 1.2.2 — %-vis endring

Når et tall endres fra a til b så er den %-vise endringen i forhold til a :

$$\text{\%-vis endring} = \frac{b-a}{a} \cdot 100 \% \quad (1.50)$$

b) Anta vi ser på gjennomsnittlige temperaturendringer i løpet av to perioder.

i) Regn ut prosentvis økning når temperaturen steg fra 15 grader til 25 grader.

ii) Regn ut prosentvis reduksjon når temperaturen sank fra 5 grader til -13 grader.

Løsning:

$$i) \text{\%-vis økning} = \frac{b-a}{a} \cdot 100 \% \quad (1.51)$$

$$= \frac{25-15}{15} \cdot 100\% \quad (1.52)$$

$$= \frac{10}{15} \cdot 100 \% \quad (1.53)$$

$$= \frac{10/5}{15/5} \cdot 100 \% \quad (1.54)$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 100 \% \quad (1.55)$$

$$= 66.667 \% \quad (1.56)$$

$$ii) \text{ \%- vis reduksjon} = \frac{b-a}{a} \cdot 100 \% \quad (1.57)$$

$$= \frac{-13-5}{5} \cdot 100 \% \quad (1.58)$$

$$= \frac{-18}{5} \cdot 100 \% \quad (1.59)$$

$$= -360 \% \quad (1.60)$$

Konklusjon:

Temperaturen reduseres med 360 %.

■