



Høgskolen i Molde
Vitenskapelig høyskole i logistikk

1. Grunnleggende emner

Løsning onsdag 5. august: DEL 1

“MAT001 Forkurs i matematikk”, 2020

1.1 Kvadratroten

Definisjonen av kvadratroten er løsningen av en ligning.

Definisjon 1.1.1 — Kvadratroten

La $a \geq 0$ være et reelt tall. Kvadratroten $\sqrt{a}$ av tallet a er det reelle tallet som løser ligningen

$$x^2 = a \tag{1.1}$$

dvs. $x = \sqrt{a}$.

Problem 1.1 — Kvadratrot

a) Regn ut kvadratrøttene.

$$i) \sqrt{81} \tag{1.2}$$

$$ii) -\sqrt{16} \tag{1.3}$$

$$iii) \sqrt{49} \tag{1.4}$$

$$iv) \sqrt{-25} \tag{1.5}$$

$$v) \sqrt{2.83^2} \tag{1.6}$$

Løsning:

$$i) \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9 \quad (1.7)$$

$$ii) -\sqrt{16} = -\sqrt{4^2} = -4 \quad (1.8)$$

$$iii) \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7 \quad (1.9)$$

$$iv) \sqrt{-25} = \text{ingen løsning} \quad (\text{kompleks tall}) \quad (1.10)$$

$$v) \sqrt{2.83^2} = 2.83 \quad (1.11)$$

b) Regn ut kvadratrøttene:

$$i) \sqrt{1} \quad (1.12)$$

$$ii) \sqrt{2 \cdot 8} \quad (1.13)$$

$$iii) \sqrt{0.64} \quad (1.14)$$

$$iv) \sqrt{0} \quad (1.15)$$

Løsning:

$$i) \sqrt{1} = 1 \quad (1.16)$$

$$ii) \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \quad (1.17)$$

$$iii) \sqrt{0.64} = \sqrt{0.8^2} = 0.8 \quad (1.18)$$

$$iv) \sqrt{0} = 0 \quad (1.19)$$

- c) Skriv uttrykkene nedenfor på eksakt og forenklet form dersom det er mulig, dvs. uten å skrive på desimalform

$$i) \frac{13}{\sqrt{13}} \quad (1.20)$$

$$ii) \sqrt{2} \quad (1.21)$$

$$iii) \sqrt{5} \quad (1.22)$$

$$iv) \sqrt{-0} \quad (1.23)$$

Løsning:

$$i) \frac{13}{\sqrt{13}} = \frac{13\sqrt{13}}{\sqrt{13}\sqrt{13}} = \frac{\cancel{13}\sqrt{13}}{\cancel{13}} = \sqrt{13} \quad (1.24)$$

$$ii) \sqrt{2} \quad (\text{kan ikke forenkles ytterligere}) \quad (1.25)$$

$$iii) \sqrt{5} \quad (\text{kan ikke forenkles ytterligere}) \quad (1.26)$$

$$iv) \sqrt{-0} = 0 \quad (1.27)$$

■

1.2 Inverse operasjoner

Setning 1.2.1 — kvadratroten og kvadrat er inverse operasjoner

La $a \geq 0$ være et reelt tall. Da gjelder:

$$\sqrt{a^2} = a \quad (1.28)$$

$$\sqrt{a}^2 = a \quad (1.29)$$

Problem 1.2 — Inverse operasjoner

a) Regn ut:

$$i) \sqrt{7^2} \quad (1.30)$$

$$ii) \sqrt{7}^2 \quad (1.31)$$

$$iii) (\sqrt{7})^2 \quad (1.32)$$

$$iv) (-\sqrt{7})^2 \quad (1.33)$$

Løsning:

$$i) \sqrt{7^2} = 7 \quad (1.34)$$

$$ii) \sqrt{7}^2 = 7 \quad (1.35)$$

$$iii) (\sqrt{7})^2 = 7 \quad (1.36)$$

$$iv) (-\sqrt{7})^2 = (-1)^2(\sqrt{7})^2 = 7 \quad (1.37)$$

b) Regn ut:

$$i) \sqrt{x^2} \quad (1.38)$$

$$ii) \sqrt{x}^2 \quad (1.39)$$

Løsning:

$$i) \sqrt{x^2} = x \quad (1.40)$$

$$ii) \sqrt{x}^2 = x \quad (1.41)$$

■

1.3 Regneregler

Problem 1.3 — Regneregler

a) Regn ut:

$$i) \sqrt{25+9} \tag{1.42}$$

$$ii) \sqrt{25-9} \tag{1.43}$$

$$iii) \sqrt{25} + \sqrt{9} \tag{1.44}$$

$$iv) \sqrt{25} - \sqrt{9} \tag{1.45}$$

Løsning:

$$i) \sqrt{25+9} = \sqrt{34} \tag{1.46}$$

$$ii) \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \tag{1.47}$$

$$iii) \sqrt{25} + \sqrt{9} = \sqrt{5^2} + \sqrt{3^2} = 5 + 3 = 8 \tag{1.48}$$

$$iv) \sqrt{25} - \sqrt{9} = \sqrt{5^2} - \sqrt{3^2} = 5 - 3 = 2 \tag{1.49}$$

b) Regn ut:

$$iii) \sqrt{x^2 + y^2}^2 \quad (1.50)$$

$$iv) (\sqrt{x^2 + x^2})^2 \quad (1.51)$$

$$v) \sqrt{a + a^2} \quad (1.52)$$

$$vi) \sqrt{x - y} \sqrt{x + y} \quad (1.53)$$

$$vii) \sqrt{y - x} \sqrt{x + y} \quad (1.54)$$

Løsning:

$$iii) \sqrt{x^2 + y^2}^2 = x^2 + y^2 \quad (1.55)$$

$$iv) (\sqrt{x^2 + x^2})^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \quad (1.56)$$

$$v) \sqrt{a + a^2} \quad (\text{kan ikke forenkles ytterligere}) \quad (1.57)$$

$$vi) \sqrt{x - y} \sqrt{x + y} = \sqrt{(x - y)(x + y)} = \sqrt{x^2 - y^2} \quad (1.58)$$

$$vii) \sqrt{y - x} \sqrt{x + y} = \sqrt{-(x - y)(x + y)} = \sqrt{-(x^2 - y^2)} \quad (1.59)$$

$$= \sqrt{y^2 - x^2} \quad (1.60)$$

■

1.4 Kvadratroten av produkt og brøk

Setning 1.4.1 — kvadratroten av produkt og brøk

La $a \geq 0$ og $b > 0$ være et reelle tall. Da gjelder:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad (1.61)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad b \neq 0 \quad (1.62)$$

Problem 1.4 — Kvadratroten av produkt og brøk

a) Regn ut uten å bruke kalkulator:

$$i) \sqrt{25 \cdot 9} \quad (1.63)$$

$$ii) \sqrt{\frac{25}{9}} \quad (1.64)$$

$$iii) \sqrt{7^2 5^2} \quad (1.65)$$

$$iv) \sqrt{28} \quad (1.66)$$

Løsning:

$$i) \sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{25} \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15 \quad (1.67)$$

$$ii) \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} \quad (1.68)$$

$$iii) \sqrt{7^2 5^2} = \sqrt{7^2} \sqrt{5^2} = 7 \cdot 5 = 35 \quad (1.69)$$

$$iv) \sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{4} \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \quad (1.70)$$

b) Regn ut kvadratrøttene:

$$i) \sqrt{x^2 y^2} \quad (1.71)$$

$$ii) \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} \quad (1.72)$$

$$iii) \sqrt{q^2 p^2} \quad (1.73)$$

Løsning:

$$i) \sqrt{x^2 y^2} = \sqrt{x^2} \sqrt{y^2} = xy \quad (1.74)$$

$$ii) \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a}{b} \quad (1.75)$$

$$iii) \sqrt{q^2 p^2} = \sqrt{p^2} \sqrt{q^2} = pq \quad (1.76)$$

c) Regn ut uten å bruke kalkulator:

$$i) \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{18} \quad (1.77)$$

$$ii) (\sqrt{8} + \sqrt{18})\sqrt{2} \quad (1.78)$$

$$iii) \sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{12} \quad (1.79)$$

Løsning:

$$\begin{aligned} i) \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{18} &= \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0 \end{aligned} \quad (1.80)$$

$$\begin{aligned} ii) (\sqrt{8} + \sqrt{18})\sqrt{2} &= \sqrt{8 \cdot 2} + \sqrt{18 \cdot 2} \\ &= \sqrt{16} + \sqrt{36} = 4 + 6 = 10 \end{aligned} \quad (1.81)$$

$$iii) \sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{12} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 12} = \sqrt{2 \cdot 36} = 6\sqrt{2} \quad (1.82)$$

d) Regn ut:

$$i) \sqrt{4x^2} \quad (1.83)$$

$$ii) \sqrt{7x^2} \quad (1.84)$$

$$iii) \sqrt{25x^2y^2} \quad (1.85)$$

Løsning:

$$i) \sqrt{4x^2} = 2x \quad (1.86)$$

$$ii) \sqrt{7x^2} = \sqrt{7}x \quad (1.87)$$

$$iii) \sqrt{25x^2y^2} = 5xy \quad (1.88)$$

■

Problem 1.5 — Kvadratroten av produkt og brøk

Forenkle uttrykkene så mye som mulig.

Fjern kvadratroten i nevneren.

a)

$$i) \frac{13}{\sqrt{7}} \quad (1.89)$$

$$ii) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} + \sqrt{2}} \quad (1.90)$$

$$iii) \frac{7}{10 - \sqrt{3}} \quad (1.91)$$

Løsning:

$$i) \frac{13}{\sqrt{7}} = \frac{13\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{13\sqrt{7}}{7} \quad (1.92)$$

$$ii) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}(\sqrt{8} - \sqrt{2})}{(\sqrt{8} + \sqrt{2})(\sqrt{8} - \sqrt{2})} \quad (1.93)$$

$$= \frac{\sqrt{8}\sqrt{8} - \sqrt{8}\sqrt{2}}{8 - 2} = \frac{8 - \sqrt{16}}{6} = \frac{8 - 4}{6} \quad (1.94)$$

$$= \frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3} \quad (1.95)$$

$$iii) \frac{7}{10 - \sqrt{3}} = \frac{7(10 + \sqrt{3})}{\underbrace{(10 - \sqrt{3})(10 + \sqrt{3})}_{= 100 - 3}} \quad (1.96)$$

$$= \frac{7(10 + \sqrt{3})}{100 - 3} = \frac{7(10 + \sqrt{3})}{97} = \frac{7}{97}(10 + \sqrt{3}) \quad (1.97)$$

- b) Forenkle uttrykkene så mye som mulig.
Fjern kvadratroten i nevneren.

$$i) \frac{1}{\sqrt{x+1}} \quad (1.98)$$

$$ii) \frac{\sqrt{p}+1}{\sqrt{p}} \quad (1.99)$$

$$iii) \frac{\sqrt{a}\sqrt{b^3c}}{\sqrt{abc^3}} \quad (1.100)$$

Løsning:

$$i) \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} \quad (1.101)$$

$$ii) \frac{\sqrt{p}+1}{\sqrt{p}} = \frac{(\sqrt{p}+1)\sqrt{p}}{\sqrt{p}\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}\sqrt{p}+\sqrt{p}}{p} = \frac{p+\sqrt{p}}{p} \quad (1.102)$$

$$iii) \frac{\sqrt{a}\sqrt{b^3c}}{\sqrt{abc^3}} = \sqrt{\frac{a\cancel{b^3}c}{a^3\cancel{b^3}c^3}} = \sqrt{\frac{1}{a^2c^2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{a^2c^2}} = \frac{1}{ac} \quad (1.103)$$

■