



Høgskolen i Molde

Vitenskapelig høyskole i logistikk

2. Brøkgregning

Dag 2: Løsninger

“MAT100 Matematikk”, 2021

versjon 01

- Disse oppgavene er de vi har planlagt skal jobbes med på dag 1 i kurset.
- Hvis man ikke får gjennomført alle oppgavene ila dagen, *ikke noe problem!* Det er ikke om å gjøre å komme lengst mulig, det viktigste er at man prøver selv så godt man kan. Gå heller gjennom oppgavene ved en senere anledning.
- Hvis man sitter fast, spør på Discord under den tråden som omhandler oppgaven du sitter fast på. Der får du raskt hjelp av enten medstudenter eller hjelpelærer/faglærere.
- Når man spør om hjelp, ta bilde av hva du har gjort og paste dette inn i tråden. Da blir det mye enklere å hjelpe deg. Vi har en funksjon som kan gjøre deg anonym, dersom du foretrekker det, bare skriv "&" foran meldingen din.
- *Ikke* spør om få hjelp på en oppgave du ikke har prøvd selv på. Det gir lite læringsutbytte.
- Hvis du sitter bom fast og får ikke startet, spør om retningehjelp". Retningshjelp betyr at vi gir deg et puff i rett retning.

2 Brøkgregning

Løsning 2.1 — Brøkgregning

- a) Felles divisor: 2, 3, 6, 9

$$\frac{72}{18} = \frac{72/9}{18/9} = \frac{8}{2} = 4 \quad (1.1)$$

- b) Felles divisorer: 2, 4, 8, 16

$$\frac{32}{48} = \frac{32/16}{48/16} = \frac{2}{3} \quad (1.2)$$

- c) Felles divisorer: ingen, og brøken kan dermed ikke forenkles

$$\frac{48}{23} \quad (1.3)$$

- d) Felles divisorer: 3

$$\frac{81}{12} = \frac{81/3}{12/3} = \frac{27}{4} \quad (1.4)$$

■

Løsning 2.2 — Algebraiske operasjoner: + og ·

a) $\frac{3}{7} + \frac{4}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 7 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12 + 21}{21} = \frac{33}{21}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{6} = \left(\frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{4 \cdot 3}\right) + \frac{1}{6} = \frac{17}{12} + \frac{1}{6} = \frac{17 \cdot 6 + 12 \cdot 1}{12 \cdot 6} = \frac{102 + 12}{72} = \frac{114}{72}$
 $= \frac{114/2}{72/2} = \frac{57}{36}$

c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 4}{5 \cdot \cancel{6} \cdot 7} = \frac{4}{35}$

d) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 4}\right)\left(\frac{3 \cdot 3 - 5 \cdot 1}{5 \cdot 3}\right) = \frac{17}{12} \cdot \frac{4}{15} = \frac{17}{3 \cdot \cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{15} = \frac{17}{45}$

■

Løsning 2.3 — Algebraiske operasjoner: – og /

$$-\frac{-\frac{2}{5} + \frac{3}{7}}{-\frac{4}{9} + \frac{5}{4}} = \frac{\frac{-2 \cdot 7 + 5 \cdot 3}{5 \cdot 7}}{\frac{-4 \cdot 4 + 9 \cdot 5}{9 \cdot 4}} = \frac{\frac{-14 + 15}{35}}{\frac{-16 + 45}{36}} = \frac{\frac{1}{35}}{\frac{29}{36}} = \frac{1}{35} \cdot \frac{36}{29} = \frac{36}{1015} \quad (1.5)$$

■

Løsning 2.4 — Algebraiske operasjoner: – og /

Multipliserer med den inverse (snudde) brøken:

$$\frac{\frac{3b}{a} \frac{1+a}{b-1}}{\frac{2(a+1)}{a}} = \frac{3b}{a} \frac{(a+1)}{b-1} \frac{a}{2(a+1)} = \frac{3b}{2(b+1)} = \frac{3b}{2b+2} \quad (1.6)$$

■

Løsning 2.5 — Verdier av brøk

Bruker kalkulator og sorterer brøkene etter økende verdier.

$$\frac{5}{41}, \frac{13}{28}, \frac{16}{31}, \frac{6}{11}, \frac{3}{4}, \frac{10}{9}, \frac{8}{5} \quad (1.7)$$

■

Løsning 2.6 — Algebraiske operasjoner: – og /

$$\text{a)} \quad \frac{18}{4} - 5 = \frac{18}{4} - \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{18-20}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{b)} \quad \frac{6}{7} + \frac{5}{1} - \frac{12}{4} = \frac{6 \cdot 1 + 7 \cdot 5}{7 \cdot 1} - \frac{12}{4} = \frac{41}{7} - \frac{12}{4} = \frac{41 \cdot 4 - 7 \cdot 12}{7 \cdot 4} = \frac{164-84}{28} = \frac{60}{28} = \frac{15}{7}$$

$$\text{c)} \quad 3 - \frac{3}{300} = \frac{3 \cdot 300}{300} - \frac{3}{300} = \frac{900-3}{300} = \frac{897}{300}$$

$$\text{d)} \quad 100\frac{1}{5} - 2\frac{100}{5} = \frac{100-200}{5} = -\frac{100}{5} = -20$$

■

Løsning 2.7 — Addisjon og subtraksjon av brøker

$$\text{a)} \quad \frac{2+x}{x} + \frac{x}{2} = \frac{2(2+x)+xx}{2x} = \frac{4+2x+x^2}{2x}$$

$$\text{b)} \quad a + \frac{2}{a-1} = \frac{a}{1} + \frac{2}{a-1} = \frac{a(a-1)+2 \cdot 1}{1 \cdot (a-1)} = \frac{a^2-a+2}{a-1}$$

$$\text{c)} \quad 1 - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{1} - \frac{x}{x-1} = \frac{x-1-x}{x-1} = \frac{-1}{x-1}$$

d)

$$\frac{2 + \frac{3}{a}}{a} - \frac{a}{2} = \frac{\frac{2}{1} + \frac{3}{a}}{a} - \frac{a}{2} = \frac{\frac{2a+3}{a}}{\frac{a}{1}} - \frac{a}{2} = \frac{2a+3}{a} \cdot \frac{1}{a} - \frac{a}{2} = \frac{2a+3}{a^2} - \frac{a}{2} \quad (1.8)$$

$$= \frac{(2a+3)2 - aa^2}{2a^2} = \frac{-a^2 + 4a + 6}{2a^2} \quad (1.9)$$

■

Løsning 2.8 — Addisjon av brøker når nevnerne er ulike

Minste fellesnevner er 24, så vi utvider brøkene slik at alle har nevner 24:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{12} - \frac{4}{6} = \frac{3}{8} \frac{3}{3} + \frac{1}{12} \frac{2}{2} - \frac{4}{6} \frac{4}{4} = \frac{9}{24} + \frac{2}{24} - \frac{16}{24} = \frac{9+2-16}{24} = -\frac{5}{24} \quad (1.10)$$

■

Løsning 2.9 — Addisjon av brøker når nevnerne er ulike

Trekker sammen og forenkler mest mulig:

$$\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a} = \frac{a+1-(a-1)}{(a-1)(a+1)} + \frac{1}{a} = \frac{\cancel{a}+1-\cancel{a}+1}{a^2-1} + \frac{1}{a} \quad (1.11)$$

$$= \frac{2}{a^2-1} + \frac{1}{a} = \frac{2a+a^2-1}{(a^2-1)a} = \frac{a^2+2a-1}{a^3-a} \quad (1.12)$$

■

Løsning 2.10 — Forkort brøk

Forkorter brøken: (bruker bl.a. kvadratsetningene)

$$\text{a)} \quad \frac{x^2-2ax+a^2}{x^2-a^2} = \frac{(x-a)\cancel{a}}{(x-\cancel{a})(x+a)} = \frac{x-a}{x+a}$$

$$\text{b)} \quad \frac{8a^2-8b^2}{12a-12b} = \frac{8(a^2-b^2)}{12(a-b)} = \frac{8\cancel{(a-b)}(a+b)}{12\cancel{a-b}} = \frac{2}{3}(a+b)$$

$$\text{c)} \quad \frac{x+2}{(x+1)^2-1} = \frac{x+2}{x^2+2x+\cancel{1}-\cancel{1}} = \frac{x+2}{x^2+2x} = \frac{\cancel{x+2}}{x(\cancel{x+2})} = \frac{1}{x}$$

■

3 Prosent

Løsning 3.1 — Prosent

Skriv tallene nedenfor som prosent.

- a) $3.6 = 3.6 \cdot 100\% = 260\%$
- b) $0.03 = 0.03 \cdot 100\% = 3\%$
- c) $1.10223 = 1.10223 \cdot 100\% = 110.223\%$

■

Løsning 3.2 — Prosent

Skriv prosentene nedenfor som andeler (desimaltall).

- a) $44\% = \frac{44}{100} = 0.44$
- b) $0.5\% = \frac{0.5}{100} = 0.005$
- c) $50\% = \frac{50}{100} = 0.5$

■

Løsning 3.3 — Prosent

- a) Skoene settes ned med 20 %, dvs. de settes ned med
$$1800 \text{ kroner} \cdot 20\% = 1800 \text{ kroner} \cdot 0.20 = 360 \text{ kroner} \quad (1.13)$$
- b) Siden skoene settes ned med 20 %, så skal man betale 80 % av beløpet, dvs.:
$$1800 \text{ kroner} \cdot 80\% = 1800 \text{ kroner} \cdot 0.80 = 1440 \text{ kroner} \quad (1.14)$$
som også kunnet blitt funnet via resultatet fra oppgave a), nemlig $(1800 - 360)$ kroner = 1440 kroner.

■

Løsning 3.4 — Prosentvis økning

Prosentvis økning:

$$\text{prosentvis økning} = \frac{11 - 8}{8} \cdot 100\% = 37.5\% \quad (1.15)$$

dvs. prisen på pærebrus øker med 37.5 %. Legg merke til at vi skal sammenligne med startverdien 8 kroner, dvs. vi skal dele på 8 i lign.(1.15).

Løsning 3.5 — Prosent

Av de totalt $3 \cdot 320 = 960$ deltagerne så er antall jenter totalt:

$$320 \cdot 30 \% + 320 \cdot 40 \% + 320 \cdot 3 \% = 320 \cdot 0.3 + 200 \cdot 0.4 + 200 \cdot 0.08 = 96 + 128 + 25.6 = 249.6 \quad (1.16)$$

Andelen jenter som var med er da

$$\frac{249.6}{960} = 0.26 = 26 \% \quad (1.17)$$

Løsning 3.6 — Prosent

Ved å summere ser vi at det totalt er

$$61 + 38 + 23 + 38 + 11 + 11 + 10 = 192 \quad (1.18)$$

plasser. Av disse har Høyre og FRP totalt $23 + 10 = 33$ plasser. Antall prosent som Høyre *ikke* fikk er dermed

$$\frac{192 - 33}{192} \cdot 100 \% = 83 \% \quad (1.19)$$

Antall prosent som Høyre of FRP *ikke* fikk er dermed 83 %.

Løsning 3.7 — Prosent

Først reduseres prisen med 25 %, dvs. den nye prisen blir

$$200 - 200 \cdot 25 \% = 200 - 50 = 150 \text{ kroner} \quad (1.20)$$

Deretter økes prisen med 25 % igjen, dvs. prisen øker med

$$150 + 150 \cdot 0.25\% = 150 + 37.5 = 187.5 \text{ kroner} \quad (1.21)$$

Til slutt reduseres prisen med 25 % igjen:

$$187.5 - 187.5 \cdot 0.25\% = 150 - 46.88 = 140.63 \text{ kroner} \quad (1.22)$$

som er prisen på boken til slutt.

Løsning 3.8 — Prosent

- a)** Den prosentvise økningen på aksjeprisen er gitt ved:

$$\frac{25 - 20}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25 \% \quad (1.23)$$

- b)** Den prosentvise økningen på verdien til aksjene er gitt ved:

$$\frac{25 \cdot \cancel{150} - 20 \cdot \cancel{150}}{20 \cdot \cancel{150}} = \frac{25 - 20}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25 \% \quad (1.24)$$

som er samme svaret som vi fikk i oppgave **a**).

- c)** Det prosentvise tapet på aksjene er gitt ved:

$$\frac{25 \cdot \cancel{150} - 30 \cdot \cancel{150}}{30 \cdot \cancel{150}} = \frac{25 - 30}{30} = -\frac{5}{30} = -\frac{1}{6} = 0.16666 = 16.666 \% \quad (1.25)$$

■