



Høgskolen i Molde

Vitenskapelig høyskole i logistikk

6. Logikk

Dag 5: Løsning

“MAT100 Matematikk”, 2021

versjon 01

- Disse oppgavene er de vi har planlagt skal jobbes med på dag 1 i kurset.
- Hvis man ikke får gjennomført alle oppgavene ila dagen, *ikke noe problem!* Det er ikke om å gjøre å komme lengst mulig, det viktigste er at man prøver selv så godt man kan. Gå heller gjennom oppgavene ved en senere anledning.
- Hvis man sitter fast, spør på Discord under den tråden som omhandler oppgaven du sitter fast på. Der får du raskt hjelp av enten medstudenter eller hjelpelærer/faglærere.
- Når man spør om hjelp, ta bilde av hva du har gjort og paste dette inn i tråden. Da blir det mye enklere å hjelpe deg. Vi har en funksjon som kan gjøre deg anonym, dersom du foretrekker det, bare skriv "&" foran meldingen din.
- *Ikke* spør om få hjelp på en oppgave du ikke har prøvd selv på. Det gir lite læringsutbytte.
- Hvis du sitter bom fast og får ikke startet, spør om retningehjelp". Retningshjelp betyr at vi gir deg et puff i rett retning.

6 Logikk

Løsning 6.1 — Logiske utsagn og konnektiver

- a) $\neg q$
 - b) $p \wedge \neg q$
 - c) $\neg p \vee q$
 - d) $p \rightarrow q$
- 

Løsning 6.2 — Logiske utsagn og konnektiver

- a) Per er *ikke* raskere enn Bård.
 - b) Bård er sterkere enn Per *og* Per er raskere enn Bård.
 - c) Bård er sterkere enn Per *eller* Per er raskere enn Bård.
 - d) Hvis Per *ikke* er raskere enn Bård, så er Bård sterkere enn Per.
 - e) Per er *ikke* raskere enn Bård *eller* Bård er *ikke* sterkere enn Per.
 - f) Hvis Bård er sterkere enn Per så er Per er raskere enn Bård
og Bård er sterkere enn Per,
så er Per raskere enn Bård.
- 

Løsning 6.3 — Logiske utsagn og konnektiver

- a) sann
 - b) usann
 - c) usann
 - d) sann
 - e) sann
 - f) usann
- 

Løsning 6.4 — Kvantorer

- a)** $\forall x \textit{Student}(x)$
- b)** $\exists x \textit{Student}(x)$
- c)** $\neg \exists x \textit{Student}(x)$ kan også skrives $\forall x \neg \textit{Student}(x)$
- d)** $\exists x \neg \textit{Student}(x)$
- e)** $\forall x \textit{Student}(x) \rightarrow \textit{Smart}(x)$
- f)** Det finnes personer som er smarte og som er studenter.
- g)** Alle studenter er smarte.
- h)** Ikke alle smarte personer er studenter.
- i)** Setningen kan uttrykkes logisk ved:

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} x < n \quad (6.1)$$

■



Høgskolen i Molde
Vitenskapelig høgskole i logistikk

7. Mengdelære

7 Mengdelære

Løsning 7.1 — Konstruksjon av delmengder

a)

$$i) A = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists m \in \mathbb{N} \ n = 2m\} \quad (7.1)$$

$$ii) B = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists m \in \mathbb{N} \ n = 2m \wedge n < 100\} \quad (7.2)$$

$$iii) C = \{z \in \mathbb{Z} \mid z < 0\} \quad (7.3)$$

$$iv) D = \left\{ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \mid \exists m \in \mathbb{N} \ a = 2m \right\} \quad (7.4)$$

$$iii) E = \{q \in \mathbb{Q} \mid 0 < q < 1\} \quad (7.5)$$

b) Løsningsmengden $\mathcal{L}$ er definert ved:

$$\mathcal{L} = \{(a, b, c) \in \mathbb{N} \mid a^2 + b^2 = c^2\} \quad (7.6)$$

■

Løsning 7.2 — Snitt, union og differanse mellom intervaller

Tegn gjerne oppe en tallinje på kladd. Da er det lettere å innse følgende:

- a) $I_1 \cap I_2 = [-1, 3] \cap [0, 4] = [0, 3]$
- b) $I_1 \cup I_2 = [-1, 3] \cup [0, 4] = [-1, 4]$
- c) $I_1 - I_4 = [-1, 3] - \langle 0.9, 1.1 \rangle = [-1, 0.9] \cup [1.1, 3]$
- d) $I_2 \cap I_3 = [0, 4] \cap [2, \infty) = [2, 4]$
- e) $(I_2 \cap I_4) - I_1 = [2, 4] - [-1, 3] = [3, 4]$

■

Løsning 7.3 — Disjunkte delmengder - partisjoner

Vi må finne alle mulige måter vi kan gruppere tallene 1, 2, 3 og 4 i tre delmengder.

$$A_1 = \{1\}, A_2 = \{2\}, A_3 = \{3, 4\} \quad (7.7)$$

$$A_1 = \{1\}, A_2 = \{3\}, A_3 = \{2, 4\} \quad (7.8)$$

$$A_1 = \{1\}, A_2 = \{4\}, A_3 = \{2, 3\} \quad (7.9)$$

$$A_1 = \{2\}, A_2 = \{3\}, A_3 = \{1, 4\} \quad (7.10)$$

$$A_1 = \{2\}, A_2 = \{4\}, A_3 = \{1, 3\} \quad (7.11)$$

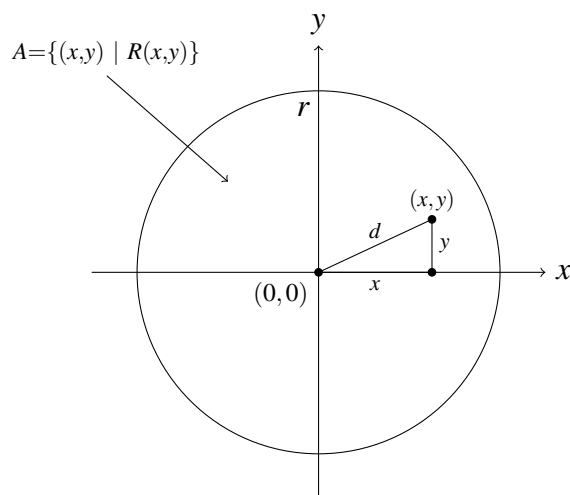
$$A_1 = \{3\}, A_2 = \{4\}, A_3 = \{1, 2\} \quad (7.12)$$

■

Løsning 7.4 — Mengde, løsningsmengde

- a) Hvilke verdier kan koordinatene x og y ta hhv.?

For å være på *innsiden* av sirkelen, må avstanden $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ fra origo til punktet (x, y) , være mindre enn radiusen r , som vist i figur 6.1.



Figur 7.1: Sirkulært område.

Restriksjonen $R(x, y)$ er dermed gitt ved det logiske utsagnet:

$$R(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \leq r \quad (7.13)$$

Arealet A kan dermed defineres ved:

$$A = \{ (x, y) \mid \overbrace{\sqrt{x^2 + y^2} \leq r}^{R(x, y)} \}. \quad (7.14)$$

- b) Hvilke verdier kan koordinatene x og y ta hhv.?

x-aksen: Siden trekanten spanner seg fra 0 til a langs x -aksen, må

$$0 \leq x \leq a. \quad (7.15)$$

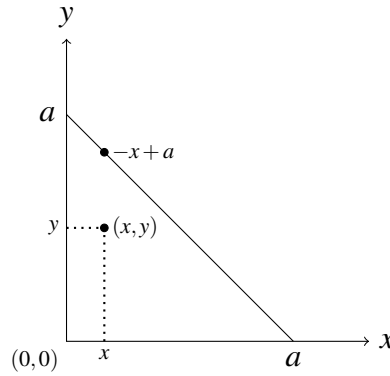
y-aksen: Siden rektangelet spanner seg fra 0 til a langs y -aksen, må

$$0 \leq y \leq a. \quad (7.16)$$

I tillegg må vi holde oss innenfor hypotenusen som er beskrevet som alle punkter (x, y) som oppfyller $y = -x + a$.

For å være på *innsiden* av trekanten, viser figur 6.2 at

$$y \leq -x + a. \quad (7.17)$$



Figur 7.2: Triangulært område.

Restriksjonen $R(x,y)$ er dermed gitt ved det logiske utsagnet:

$$R(x,y) = 0 \leq x \leq a \wedge 0 \leq y \leq a \wedge y \leq -x + a \quad (7.18)$$

Arealet A kan dermed defineres ved:

$$A = \left\{ (x,y) \mid \overbrace{0 \leq x \leq a \wedge 0 \leq y \leq a \wedge y \leq -x + a}^{R(x,y)} \right\}. \quad (7.19)$$

■