

LØSNING: Oppgavesett nr. 5

“MAT100 Matematikk”, 2018

Oppgave 1: (derivasjon)

a) Vi ser på tilfellet med kun $n = 4$ ledd. Generaliseringen er åpenbar.

La oss se på **summen** S_4 av en **aritmetisk** rekke med 4 ledd:

$$\underline{S_4} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \quad (1)$$

$$= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) \quad (2)$$

$$= \underline{4a_1 + 6d} \quad (3)$$

Men **summen** kan også skrives: ¹

$$\underline{S_4} = a_4 + a_3 + a_2 + a_1 \quad (6)$$

$$= a_4 + (a_4 - d) + (a_4 - 2d) + (a_4 - 3d) \quad (7)$$

$$= \underline{4a_4 - 6d} \quad (8)$$

¹Siden

$$a_{i+1} = a_i + d \quad (4)$$

så kan vi løse med hensyn på a_i alene:

$$a_i = a_{i+1} - d \quad (5)$$

La oss summere disse to:

$$S_4 + S_4 = 4a_1 + \cancel{6d} + 4a_4 - \cancel{6d} \quad (9)$$

$$2S_4 = 4(a_1 + a_4) \quad (10)$$

$$\underline{S_4 = \frac{4(a_1 + a_4)}{2}} \quad (11)$$

For en aritmetisk følge gjelder:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad (12)$$

Denne ligningen med $n = 4$ innsatt i lign.(11):

$$\underline{\underline{S_4}} = \frac{4(a_1 + a_4)}{2} \quad (13)$$

$$= \frac{4\left(a_1 + (a_1 + (4 - 1)d)\right)}{2} \quad (14)$$

$$= \frac{4\left(2a_1 + (4 - 1)d\right)}{2} \quad (15)$$

$$= \underline{\underline{4\left(a_1 + \frac{(4 - 1)d}{2}\right)}} \quad (16)$$

Istedet for en sum med kun 4 ledd så kan man gjerne ha n ledd.
Fremgangsmåten er den samme. ($4 \rightarrow n$)

- b) Vi ser på tilfellet med kun $n = 3$ ledd. Generaliseringen er åpenbar.

La oss se på **summen** S_3 av en geometrisk rekke med 3 ledd:

$$\underline{S_3} = \sum_{i=1}^3 a k^{i-1} = \underline{a + a k + a k^2} \quad (17)$$

Multipliser denne ligningen med k :

$$\underline{S_3 k} = \left(a + a k + a k^2 \right) k = \underline{a k + a k^2 + a k^3} \quad (18)$$

La oss subtrahere disse to:

$$\underline{S_3 k} - \underline{S_3} = \cancel{a k} + \cancel{a k^2} + a k^3 - \left(a + \cancel{a k} + \cancel{a k^2} \right) \quad (19)$$

$$= \underline{a k^3 - a} \quad (20)$$

Denne ligningen kan vi løse mhp. **summen** S_3 :

$$S_3 k - S_3 = a_1 k^3 - a \quad (21)$$

$$S_3(k-1) = a(k^3 - 1) \quad \left| \cdot \frac{1}{k-1} \right. \quad (k \neq 1) \quad (22)$$

$$\underline{\underline{S_3 = a \frac{k^3 - 1}{k - 1}}} \quad (23)$$

Istedet for en sum med kun 3 ledd så kan man gjerne ha n ledd.
Fremgangsmåten er den samme. Istedet for 3 så får man n i formelen i lign.(23): $(3 \rightarrow n)$

■

Oppgave 2: (potenser)

a) Definisjoner:

En følge er GEOMETRISK dersom et ledd er lik det påfølgende *multiplisert* med en konstant

En følge er ARITMETISK dersom et *differansen* mellom et ledd og det påfølgende er konstant

b) *Aritmetisk* følge:

$$a_1 = a \quad (\text{startverdi}) \quad (24)$$

$$a_{i+1} = a_i + d \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (25)$$

hvor d kalles differansen.

Geometrisk følge:

$$a_1 = a \quad (\text{startverdi}) \quad (26)$$

$$a_{i+1} = k a_i \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

hvor k kalles kvotienten.

c) i) **Geometrisk** rekke: $S_5^{R_1} = 1 + 3 + 9 + 27 + 81$

Ingen av delene: $S_5^{R_2} = 1 + 2 + 4 + 8 + 16$

Aritmetisk rekke: $S_5^{R_3} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

ii) Kvotienten for geometrisk følge: $\underline{\underline{k = 3}}$

Differansen for aritmetisk følge: $\underline{\underline{d = 1}}$

d) Summen $S_5^{R_1}$:

$$S_5^{R_1} = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 \quad (28)$$

er en **geometrisk** rekke med: $a = 1$, $k = 3$ og $n = 5$. Dermed bruker vi formelen for summen av en endelig geometrisk rekke:

$$\underline{\underline{S_5^{R_1}}} \stackrel{\text{geo.}}{=} a \frac{k^n - 1}{k - 1} \quad (29)$$

$$= 1 \cdot \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = \underline{\underline{121}} \quad (30)$$

Dersom vi regner ut summen i lign.(28) “for hånd”, dvs. setter rett inn i kalkulatoren og summerer, så finner vi: $\underline{\underline{S_5^{R_1} = 121}}$, som stemmer med lign.(30).

e) Summen $S_5^{R_3}$:

$$S_5^{R_3} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \quad (31)$$

er en **aritmetisk** rekke med: $a_1 = 1$, $d = 1$ og $n = 5$. Dermed bruker vi formelen for summen av en endelig aritmetisk rekke:

$$\underline{\underline{S_5^{R_3}}} \stackrel{\text{arit.}}{=} n \left(a + \frac{(n-1)d}{2} \right) \quad (32)$$

$$= 5 \left(1 + \frac{(5-1) \cdot 1}{2} \right) = \underline{\underline{15}} \quad (33)$$

Dersom vi regner ut summen i lign.(31) “for hånd”, dvs. setter rett inn i kalkulatoren og summerer, så finner vi: $S_5^{R_3} = 15$, som stemmer med lign.(33).

- f) Setter sammen navnene, matematiske uttrykkene og betingelsene/kommentarene som hører sammen:

Navn	Matematisk uttrykk	Betingelse/kommentar
Aritmetisk rekke	$S_n = n \cdot \left(a_1 + \frac{(n-1) \cdot d}{2} \right)$	Sum av aritmetisk rekke med n ledd, uansett verdi på differansen.
	$S = \infty$	Divergerer i grensen $n \rightarrow \infty$ bortsett fra når $a_1=0$ og $d=0$
Geometrisk rekke	$S_n = a_1 \cdot \frac{k^n - 1}{k - 1}$	Sum av geometrisk rekke med n ledd, for $k \neq 1$.
	$S_n = a_1 \cdot n$	Sum av geometrisk rekke med n ledd, for $k = 1$.
	$S = \frac{a_1}{1 - k}$	Sum av <u>u</u> endelig geometrisk rekke for $-1 < k < 1$
	$S = \infty$	Sum av <u>u</u> endelig geometrisk rekke for $k \leq -1$ eller $k \geq 1$

Figur 1: Navn, matematisk uttrykk og betingelser/kommentarer som hører sammen.

Oppgave 3: (følger og rekker - Fibonacci)

a) Det starter med det ene paret og så lar vi månedene gå:

$$a_1 = 0 + 1 = 1 \quad (0 \text{ fra forrige måned} + 1 \text{ nyfødt}) \quad (34)$$

$$a_2 = 1 + 2 \cdot 1 = 3 \quad (1 \text{ fra forrige måned} + 2 \text{ nyfødte}) \quad (35)$$

$$a_3 = 3 + 2 \cdot 3 = 3 + 6 = 9 \quad (3 \text{ fra forrige måned} + 6 \text{ nyfødte}) \quad (36)$$

$$a_4 = 9 + 2 \cdot 9 = 9 + 18 = 27 \quad (9 \text{ fra forrige måned} + 18 \text{ nyfødte}) \quad (37)$$

$$a_5 = 27 + 2 \cdot 27 = 27 + 54 = 81 \quad (27 \text{ fra forrige måned} + 54 \text{ nyfødte}) \quad (38)$$

Siden $\frac{a_{i+1}}{a_i} = 3$ for alle i så er dette er en **geometrisk følge** siden vekstfaktoren er $k = 3$.
Altså:

$$a_1 = 1 \quad (\text{startledd}) \quad (39)$$

$$a_{i+1} = 3a_i \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (40)$$

b) Siden vi har en geometrisk følge med vekstfaktor 3, dvs. $k = 3$, så vet vi at ledd nr. i er gitt ved:

$$a_i = k^{i-1} a_1 \quad (41)$$

Med $i = 13$:

$$\underline{\underline{a_{13}}} = 3^{13-1} \cdot 1 = 3^{12} = \underline{\underline{531\,441}} \quad (42)$$

altså over en halv million kaninpar etter 12 måneder (!).

c) Vekstfaktoren er $k = 3$.

d) Vi begynner med det ene paret og lar deretter månedene gå ²

$$a_1 = 0 + 1 = 1 \quad (0 \text{ fra forrige måned , } 1 \text{ nyfødt}) \quad (43)$$

$$a_2 = 1 + 0 = 1 \quad (1 \text{ fra forrige måned , } 0 \text{ nyfødt}) \quad (44)$$

$$a_3 = 1 + 1 = 2 \quad (1 \text{ fra forrige måned , } 1 \text{ nyfødt}) \quad (45)$$

$$a_4 = 2 + 1 = 3 \quad (2 \text{ fra forrige måned , } 1 \text{ nyfødt}) \quad (46)$$

$$a_5 = 3 + 2 = 5 \quad (3 \text{ fra forrige måned , } 2 \text{ nyfødt}) \quad (47)$$

$$a_6 = 5 + 3 = 8 \quad (5 \text{ fra forrige måned , } 3 \text{ nyfødt}) \quad (48)$$

Vi ser at antall kaninpar ved starten av måned nr. i er gitt som summen av antallene ved de to foregående månedene:

$$a_1 = 1 \quad (1 \text{ nyfødt, ingen drektige}) \quad (49)$$

$$a_2 = 1 \quad (0 \text{ nyfødt, 1 drektig}) \quad (50)$$

$$a_i = a_{i-1} + a_{i-2} \quad (a_{i-2} \text{ nyfødt, } a_{i-1} \text{ drektige}) \quad (51)$$

for alle $i = 3, 4, 5, \dots$

Dette er den velkjente [Fibonacci følgen](#).

e) Vi bruker den oppgitte formelen for $i = 13$:

$$\underline{\underline{a_{13}}} = \frac{\phi^{13} - (-\phi)^{-13}}{\sqrt{5}} = \frac{\phi^{13} + \phi^{-13}}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{233}} \quad (52)$$

siden $\phi = 1.6180339$.

²Antall fra forrige måned er det samme som antall drektige.

f) Vi bruker formelen:

$$\underline{\underline{k_{12}}} = \frac{a_{13}}{a_{12}} = \frac{233}{144} = \underline{\underline{1.618056}} \quad (53)$$

$$\underline{\underline{k_{13}}} = \frac{a_{14}}{a_{13}} = \frac{377}{233} = \underline{\underline{1.618026}} \quad (54)$$

$$\underline{\underline{k_{14}}} = \frac{a_{15}}{a_{14}} = \frac{610}{377} = \underline{\underline{1.618037}} \quad (55)$$

$$\underline{\underline{k_{15}}} = \frac{a_{16}}{a_{15}} = \frac{987}{610} = \underline{\underline{1.6180333}} \quad (56)$$

Som vi ser er k_{15} nesten akkurat lik ϕ , dvs.:

$$k_i \approx \phi \quad (57)$$

for store verdier av i , altså vekstfaktoren konvergerer mot [det gyldne snitt](#). ³

■

³Dette trenger du ikke å gjøre i din innlevering:

Vi kan også vise dette resultatet analytisk ved å bruke formelen til Binet for a_i og la $i \rightarrow \infty$. En enkel omskriving av formelen gjør beregningene enklere:

$$a_i = \frac{\phi^i - (-\phi)^{-i}}{\sqrt{5}} = \frac{\phi^i - \frac{(-1)^i}{\phi^i}}{\sqrt{5}} = \phi^i \frac{1 - \frac{(-1)^i}{\phi^{2i}}}{\sqrt{5}} \quad (58)$$

Hvis vi nå setter inn for k_i :

$$\underline{\underline{k_i}} = \frac{a_{i+1}}{a_i} \quad (59)$$

$$= \frac{\phi^{i+1} \frac{1 - \frac{(-1)^{i+1}}{\phi^{2(i+1)}}}{\sqrt{5}}}{\phi^i \frac{1 - \frac{(-1)^i}{\phi^{2i}}}{\sqrt{5}}} \quad (60)$$

$$= \phi \frac{1 - \frac{(-1)^{i+1}}{\phi^{2(i+1)}}}{1 - \frac{(-1)^i}{\phi^{2i}}} \quad i \rightarrow \infty \quad \phi \frac{1 - 0}{1 - 0} = \underline{\underline{\phi}} \quad (61)$$

Oppgave 4: (petroleumslogistikk)

a) Etterspørselen av gass være 15 år etter oppstart er:

$$\underline{\underline{d_{15}}} = d_1 1.05^{15-1} \quad (62)$$

$$= 25 \cdot 10^9 \cdot 1.05^{14} \text{ m}^3 = \underline{\underline{49.5 \cdot 10^9 \text{ m}^3}} \quad (63)$$

b) Rekken $d_i = d_1 1.05^i$ er på formen $d_{i+1} = k d_i$, hvor $k =$ en konstant.⁴
Derfor er det en geometrisk rekke.

c) Summen av en geometrisk rekke er:

$$S_n = a \frac{k^n - 1}{k - 1} \quad (64)$$

For vår rekke er kvotienten $k = 1.05$ og $a = d_1$. Dette setter vi inn i lign.(64):

$$\underline{\underline{S_n}} \stackrel{\text{lign. (64)}}{=} a \frac{k^n - 1}{k - 1} \quad (65)$$

$$= d_1 \frac{1.05^n - 1}{1.05 - 1} = \frac{1}{1.05 - 1} d_1 (1.05^n - 1) \quad (66)$$

$$= \underline{\underline{20 d_1 (1.05^n - 1)}} \quad , \quad \text{q.e.d.} \quad (67)$$

⁴ $k = 1.05$ i vårt tilfelle.

- d) Formelen i oppgave 4c viser den totale etterspørslen av gass etter n år. Derfor kan vi bruke nettopp denne formelen med $n = 15$:⁵

$$\underline{\underline{S_{15}}} = 20 d_1 (1.05^{15} - 1) \quad (68)$$

$$= 20 \cdot 25 \cdot 10^9 (1.05^{15} - 1) \text{ m}^3 = \underline{\underline{539.5 \cdot 10^9 \text{ m}^3}} \quad (69)$$

- e) Ormen Lange-feltet er tømt når all forekomst er pumpet ut, dvs.:

$$F = S_n \quad (70)$$

Vi bruker svaret fra oppgave 4c, dvs. lign.(67), og løser med hensyn på “ n ” alene:

$$F = 20 d_1 (1.05^n - 1) \quad \left| \cdot \frac{1}{20 d_1} \right. \quad (71)$$

$$\frac{F}{20 d_1} = 1.05^n - 1 \quad (72)$$

$$\frac{F}{20 d_1} + 1 = 1.05^n \quad (73)$$

For å “jekke ned” eksponenten “ n ” så tar vi “ln” på begge sider av ligningen:

$$\ln \left(\frac{F}{20 d_1} + 1 \right) = \ln 1.05^n \quad (74)$$

$$\ln \left(\frac{F}{20 d_1} + 1 \right) = n \ln 1.05 \quad (75)$$

hvor vi har brukt regnereglen $\ln a^n = n \ln a$.

Dermed: ved å dele på “ln 1.05” på begge sider at lign.(75) så får vi:

$$\underline{\underline{n}} = \frac{\ln \left(\frac{F}{20 d_1} + 1 \right)}{\ln 1.05}, \quad \text{q.e.d.} \quad (76)$$

⁵Man kan også skrive svaret på formen: $S_n = 5.39 \cdot 10^{11} \text{ m}^3$.

- f) For å finne ut hvor lang tid det tar det før man bruker opp oljereservene R så bruker vi bare resultatet fra oppgave 4e, dvs. lign.(76):

$$\underline{n} \stackrel{\text{lign. (76)}}{=} \frac{\ln \left(\frac{F}{20 p_1} + 1 \right)}{\ln 1.05} \quad (77)$$

$$= \frac{\ln \left(\frac{1200 \cdot 10^9}{20 \cdot 25 \cdot 10^9} + 1 \right)}{\ln 1.05} \approx \underline{25.1} \quad (78)$$

Det tar 25.1 år for de påviste forekomstene er tømt.

■

Oppgave 5: (finansmatematikk)

- a) Dette er et annuitetslån.
Første terminbeløp betales inn ett år etter låneopptak.
Dermed:

$$\underline{K} = \frac{K_0 r}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} \quad (79)$$

$$= \frac{210\,000 \cdot 0.065}{1 - \frac{1}{(1+0.065)^{15}}} \text{ NOK} = \underline{\underline{22\,334 \text{ NOK}}} \quad (80)$$

Det årlige terminbeløpet er 22 334 NOK.

- b) Det første året må Per betale rente av hele beløpet K_0 .
Rente som Per må betale det første året blir dermed:

$$\underline{\underline{\text{rente første året}}} = K_0 r = 210\,000 \cdot 0.065 \text{ NOK} = \underline{\underline{13\,650 \text{ NOK}}} \quad (81)$$

c) Siden

$$\underbrace{\text{terminbeløp}}^{\text{oppg. 5a}} = \text{avdrag} + \underbrace{\text{rente}}^{\text{oppg. 5b}} \quad (82)$$

$= \text{konstant for annuitetslån}$

så kan vi bruke denne til å regne ut avdraget for første året:
(eller hvilket som helst annet år i låneperioden)

$$\underline{\underline{\text{avdrag}}} = \underbrace{\text{terminbeløp}}^{\text{oppg. 5a}} - \underbrace{\text{rente}}^{\text{oppg. 5b}} \quad (83)$$

$$= (22\,334 - 13\,650) \text{ NOK} = \underline{\underline{8684 \text{ NOK}}} \quad (84)$$

Det andre året blir renten:

$$\underline{\underline{\text{rente andre året}}} = (K_0 - \text{avdrag}) r \quad (85)$$

$$= (210\,000 - 8684) \cdot 0.065 \text{ NOK} = \underline{\underline{13\,086 \text{ NOK}}} \quad (86)$$

- d) Den totale renten R_n^{ann} finner vi ved å kombinere formlene som oppgitt i oppgaven:

$$R_n^{\text{ann}} = nK - K_0 \quad (87)$$

Fra oppgave 5a fant vi terminbeløpet $K = 22\,334$ NOK.

Dermed er den totale renten: ⁶

$$\underline{\underline{R_n^{\text{ann}}}} = nK - K_0 \quad (92)$$

$$= \left(15 \cdot 22\,334 - 210\,000 \right) \text{ NOK} = \underline{\underline{125\,010 \text{ NOK}}} \quad (93)$$

⁶Alternativt kan man sette det generelle uttrykket for terminbeløpet K inn i Eq.(87):

$$\underline{\underline{R_n^{\text{ann}}}} = nK - K_0 \quad (88)$$

$$= n \frac{K_0 r}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} - K_0 \quad (89)$$

$$= \underline{\underline{K_0 \left(\frac{nr}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} - 1 \right)}} \quad (90)$$

og deretter sette inn tall:

$$\underline{\underline{R_n^{\text{ann}}}} = 210\,000 \left(\frac{15 \cdot 0.065}{1 - \frac{1}{(1+0.065)^{15}}} - 1 \right) = \underline{\underline{125\,011 \text{ NOK}}} \quad (91)$$

Man behøver ikke å løse oppgaven på begge måtene. En måte holder.

$$\underline{\underline{R_n^{\text{ann}}}} = n\textcolor{red}{K} - K_0 \quad (94)$$

$$= n \frac{\textcolor{red}{K_0} r}{\textcolor{red}{1} - \frac{1}{(1+r)^n}} - K_0 \quad (95)$$

$$= \underline{\underline{K_0 \left(\frac{nr}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} - 1 \right)}} \quad (96)$$

Til slutt setter vi inn tall:

$$\underline{\underline{R_n^{\text{ann}}}} = 210\,000 \left(\frac{15 \cdot 0.065}{1 - \frac{1}{(1+0.065)^{15}}} - 1 \right) = \underline{\underline{125\,011 \text{ NOK}}} \quad (97)$$

Den totale renten løpet av låneperioden på 15 år er 125 011 NOK.

- e) For å finne ut hvor mye lån Per kan ta opp så må vi finne hva slags nåverdi K_0 som terminbeløpet $K = 25\,000$ NOK i $n = 15$ år tilsvarer. Formelen oppgitt i oppgaven:

$$K = \frac{K_0 r}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} \quad (98)$$

Løser med hensyn på K_0 alene:

$$K = \frac{K_0 r}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} \quad \Bigg| \cdot 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \quad (99)$$

$$K \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right) = \frac{K_0 r}{\cancel{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}} \left(\cancel{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} \right) \quad (100)$$

$$\frac{K}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right) = K_0 \quad (101)$$

Til slutt setter vi inn tall:

$$\underline{K_0} = \frac{K}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right) \quad (102)$$

$$= \frac{25\,000}{0.09} \left(1 - \frac{1}{(1+0.09)^{15}} \right) \text{ NOK} = \underline{201\,517 \text{ NOK}} \quad (103)$$

Med alternativ **A** kan Per ta opp et lån på 201 517 NOK.

f) Når man bruker formelen

$$K_0 = K_{0,1} + K_{0,2} + K_{0,3} + \dots + K_{0,14} + K_{0,15} \quad (104)$$

og formlene for $K_{0,1}$, $K_{0,2}$ osv. fra figuren i oppgaven så får vi:

$$K_0 = \frac{K}{(1+r)^4} + \frac{K}{(1+r)^5} + \frac{K}{(1+r)^6} + \dots + \frac{K}{(1+r)^{18}} + \frac{K}{(1+r)^{19}} \quad (105)$$

Men $\frac{K}{(1+r)^4}$ er en felles faktor for alle disse leddene. Derfor kan vi skrive:

$$\underline{\underline{K_0 = \frac{K}{(1+r)^4} \overbrace{\left(1 + \frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{14}} + \frac{1}{(1+r)^{15}}\right)}^{\text{geometrisk rekke}}}}, \quad \text{q.e.d.} \quad (106)$$

g) Uttrykket i parenteser er ei **geometrisk rekke** med kvotient $k = \frac{1}{1+r}$ og $a = 1$.
Dermed:

$$\underline{\underline{K_0}} = \frac{K}{(1+r)^4} a \frac{k^n - 1}{k - 1} \quad (107)$$

$$= \underline{\underline{\frac{K}{(1+r)^4} \frac{\frac{1}{(1+r)^{15}} - 1}{\frac{1}{1+r} - 1}}}, \quad \text{q.e.d.} \quad (108)$$

h) Bruker lign.(108) og setter inn tallene $K = 29\,000$ NOK og $r = 0.09$ for alternativ **B**:

$$\underline{K_0} = \frac{K}{(1+r)^4} \frac{\frac{1}{(1+r)^{15}} - 1}{\frac{1}{1+r} - 1} \quad (109)$$

$$= \frac{29\,000}{(1+0.09)^4} \frac{\frac{1}{(1+0.09)^{15}} - 1}{\frac{1}{1+0.09} - 1} \text{ NOK} = \underline{\underline{180\,506 \text{ NOK}}} \quad (110)$$

Med alternativ **B** kan Per ta opp $K_0 = 180\,506$ NOK.

■