(versjon 03)

LØSNING: Oppgavesett nr. 6

"*MAT110 Statistikk 1*", 2019

Oppgave 1: (estimering - logistikk , McDonald's)

a) Forventningen av estimatoren $\hat{\lambda}$:

$$\underline{\underline{E[\hat{\lambda}]}} = E[\overline{X}] = E\Big[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\Big] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i] = \frac{n}{n}\lambda = \underline{\underline{\lambda}} \tag{1}$$

altså $\hat{\lambda}$ er forventningsrett.

b) Punktestimat for λ: (realisering - AIT-tid)

$$\underline{\underline{\hat{\lambda}(x_1, x_2, \ldots, x_n)}} = \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \underline{\underline{0.439 \text{ minutter}}} \tag{2}$$

hvor vi bruk er at $\overline{x} = 0.439$ minutter fra oppgave øving 5.

Punktestimat for μ: (realisering - forventet bearbeidingstid)

$$\underline{\underline{\hat{\mu}(\, y_1, y_2, \ldots, y_n \,)}} \;=\; \overline{y} \;=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \;=\; \underline{\underline{6.300 \text{ minutter}}} \tag{3}$$

hvor vi bruk er at $\overline{y} = 6.300$ minutter fra oppgave øving 5.

Punktestimat for σ: (realisering - standardavvik av bearbeidingstid)

$$\underline{\underline{\hat{\sigma}(\, y_1, y_2, \ldots, y_n \,)}} \;=\; s_y \;=\; \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} \big(\, y_i - \overline{y} \,\big)} \;=\; \underline{\underline{1.993 \text{ minutter}}} \tag{4}$$

hvor vi bruk er at $s_y = 1.993$ minutter fra oppgave øving 5.

c) Asymptotisk $(1-\alpha)\,100\,\%$ konfidensintervall for

$$\hat{\mu} \;=\; \overline{Y} \;=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i \tag{5}$$

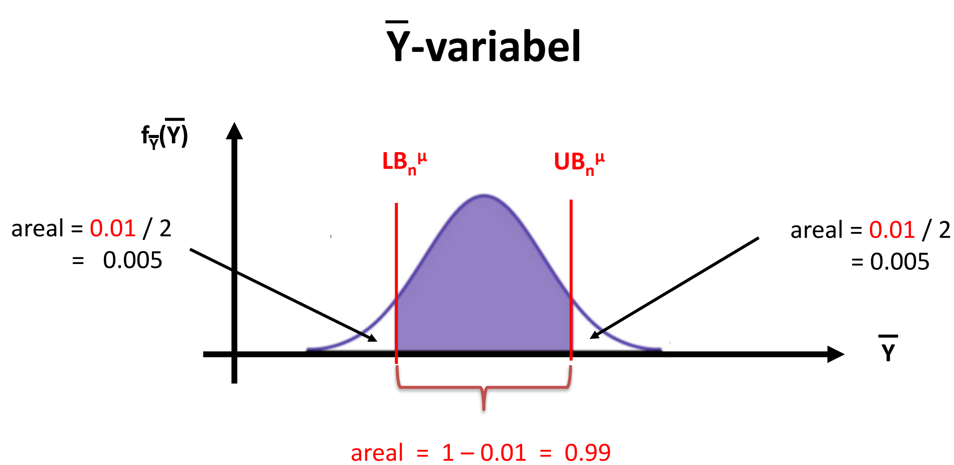
Fra oppgaven vet vi at:

$$Y_1,\, Y_2,\, Y_3,\, \ldots\,, Y_n \;\overset{\text{i.i.d.}}{\sim}\; Y \;\sim\; N[\,\mu\,,\,\sigma\,] \tag{6}$$

som blant annet betyr at $E[Y] = E[Y_i] = \mu$ og at $\sigma^2[Y] = \sigma^2[Y_i] = \sigma^2$.

Definisjonen av et asymptotisk konfidensintervall med $\theta \;=\; \mu$:

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} P_\mu(\,LB_n^\mu \;\le\; \mu \le UB_n^\mu\,) \;\;=\;\; 1-\alpha \tag{7}}$$



Figur 1: 99 %-konfidensintervall for μ.

Alle Y_i i lign.(6) oppfyller i.i.d. (med $Y_i \sim \mathrm{N}[\mu, \sigma]$).
Sum normalfordelinger er forsatt normalfordelt:

$$\overline{Y} \quad \sim \quad N\big[\, E[\overline{Y}\,]\,,\, \sigma[\overline{Y}]\,\big] \tag{8}$$

Standardiserer: [1]

$$\underline{Z} \;=\; \frac{\overline{Y} - E[\overline{Y}]}{\sigma[\overline{Y}]} \;=\; \frac{\overline{Y} - \mu}{\underline{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}} \quad \stackrel{n\to\infty}{\sim} \quad N[0,1] \tag{12}$$

[1] Estimatoren $\hat{\mu}$ er forventningsrett, dvs.:

$$E[\,\hat{\mu}\,] \;=\; E[\,\overline{Y}\,] \;=\; \mu \tag{9}$$

altså estimatoren $\hat{\mu}$ er forvetningsrett. Variansen til $\hat{\mu}$ er:

$$Var[\,\hat{\mu}\,] \;=\; Var[\,\overline{Y}\,] \;=\; \frac{\sigma^2}{n} \tag{10}$$

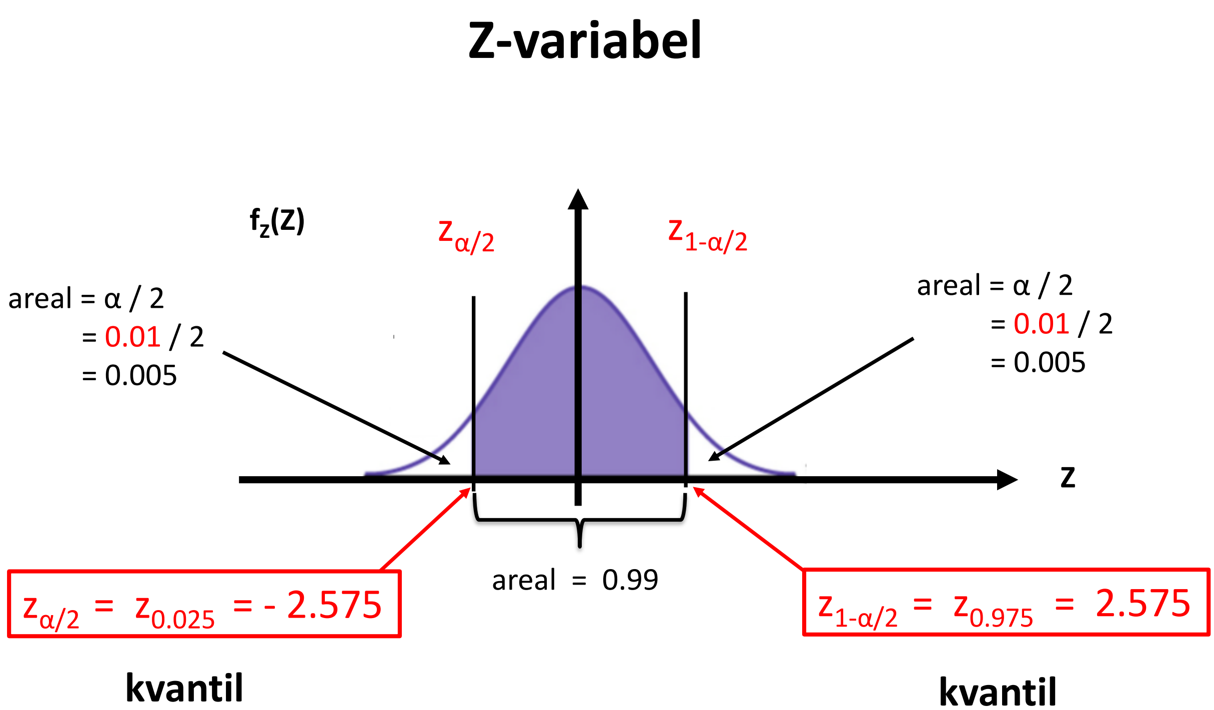
Generelt er $\sigma[Y] = \sqrt{Var[Y]}$, dermed:

$$\sigma[\,\hat{\mu}\,] \;=\; \sigma[\overline{Y}] \;=\; \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{11}$$

Kvantilene når $\alpha = 0.001$: (se figur 2) [2]

$$z_{\alpha/2} \;=\; z_{0.005} \;=\; -2.575 \quad , \quad z_{1-\alpha/2} \;=\; z_{0.995} \;=\; 2.575 \tag{13}$$

via omvendt tabelloppslag for normalfordelingen fra kompendiet.



Figur 2: Kvantil.

[2]Absoluttverdiene til $z_{\alpha/2}$ og $z_{1-\alpha/2}$ er like fordi normalfordelingen er symmetrisk.

Fra definisjonen i lign.(7):

$$\lim_{n\to\infty} P_\mu(\, LB_n^\mu \;\leq\; \mu \leq UB_n^\mu \,) \;\;=\;\; 1-\alpha \tag{14}$$

Siden estimatoren $\hat{\mu}$ er normalfordelt, se lign.(8), så standardiserer vi:

$$\lim_{n\to\infty} P\big(\, z_{\alpha/2} \;\leq\; Z \leq z_{1-\alpha/2} \,\big) \;\;=\;\; 1-\alpha \tag{15}$$

hvor Z er gitt ved lign.(79):

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\; z_{\alpha/2} \;\leq\; \frac{\overline{Y}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \;\leq\; z_{1-\alpha/2} \;\right) \;=\; 1-\alpha \tag{16}$$

$$\Updownarrow \qquad \text{(algebra)}$$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\; \underbrace{\overline{Y} - \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,\sigma}_{=\;LB_n^\mu} \;\leq\; \mu \;\leq\; \underbrace{\overline{Y} - \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,\sigma}_{=\;UB_n^\mu} \;\right) \;=\; 1-\alpha \tag{17}$$

og hvor vi definerer nedre og øvre grenser:

$$LB_n^\mu \;\;=\;\; \overline{Y} \;-\; \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,\sigma \tag{18}$$

$$UB_n^\mu \;\;=\;\; \overline{Y} \;-\; \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,\sigma \tag{19}$$

Med $\hat{\sigma} \;=\; S_y$ innsatt for σ i lign.(18) og (19):

$$LB_n^\mu \;\;=\;\; \overline{Y} \;-\; \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,S_y \tag{20}$$

$$UB_n^\mu \;\;=\;\; \overline{Y} \;-\; \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,S_y \tag{21}$$

Intervallet

$$\underline{\underline{[\, LB_n^{\mu} \,,\, UB_n^{\mu} \,] \;=\; \left[\, \overline{Y} \;-\; \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\, S_y \;,\; \overline{Y} \;-\; \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\, S_y \,\right]}} \tag{22}$$

er dermed et *asymptotisk* $(1-\alpha)\,100\,\%$-konfidensintervall for μ.

Fra løsningen av øving 5 har vi at:

$$\overline{y} \quad = \quad 6.300 \text{ minutter} \tag{23}$$

$$s_y \quad = \quad 1.993 \text{ minutter} \tag{24}$$

Realisering: (tall)

$$\underline{LB_n^{\mu}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} \quad = \quad \overline{y} \; - \; \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \, s_y \tag{25}$$

$$= \quad \left(6.300 \; - \; \frac{2.575}{\sqrt{100}} \cdot 1.993 \right) \text{ minutter} \tag{26}$$

$$= \quad \underline{5.7868 \text{ minutter}} \tag{27}$$

$$\underline{UB_n^{\mu}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} \quad = \quad \overline{y} \; - \; \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}} \, s_y \tag{28}$$

$$= \quad \left(6.300 - \frac{(-2.575)}{\sqrt{100}} \cdot 1.9393 \right) \text{ minutter} \tag{29}$$

$$= \quad \underline{6.8132 \text{ minutter}} \tag{30}$$

som gir realiseringen

$$\underline{\underline{[\; LB_n^{\mu} \;,\; UB_n^{\mu} \;] \quad = \quad [\; 5.7868 \;,\; 6.8132 \;] \text{ minutter}}} \tag{31}$$

av det <u>asymptotiske</u> 99 %-konfidensintervallet for μ.

d) Konfidensintervallet finnes på samme måte som i oppgave **1c**, se lign.(22): [3]

$$\underline{\underline{[\, LB_n^{\mu} \,,\, UB_n^{\mu} \,] \;=\; \left[\; \overline{Y} \;-\; \frac{q_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\, S_y \;,\; \overline{Y} \;-\; \frac{q_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\, S_y \;\right]}} \tag{32}$$

hvor $q_{\alpha/2}$ og $q_{1-\alpha/2}$ er kvantilene til til Students t-fordelingen.

Kvantilene når $\alpha = 0.001$: (jfr. figur 2) [4]

$$q_{\alpha/2} \;=\; q_{0.005} \;=\; -2.626 \quad , \quad q_{1-\alpha/2} \;=\; z_{0.995} \;=\; 2.626 \tag{33}$$

siden $n = 100$.

Fra løsningen av øving 5 har vi at:

$$\overline{y} \;=\; 6.300 \text{ minutter} \tag{34}$$

$$s_y \;=\; 1.993 \text{ minutter} \tag{35}$$

[3] Finner lign.(32) i kompendiet.

[4] Absoluttverdiene til $q_{\alpha/2}$ og $q_{1-\alpha/2}$ er like fordi Student's t-fordelingen, i likhet med normalfordelingen, er symmetrisk.

Realisering: (tall)

$$\underline{LB_n^{\mu}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} = \overline{y} - \frac{q_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_y \tag{36}$$

$$= \left(6.300 - \frac{2.626}{\sqrt{100}} \cdot 1.993 \right) \text{ minutter} \tag{37}$$

$$= \underline{5.7766 \text{ minutter}} \tag{38}$$

$$\underline{UB_n^{\mu}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} = \overline{y} - \frac{q_{\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_y \tag{39}$$

$$= \left(6.300 - \frac{(-2.626)}{\sqrt{100}} \cdot 1.9393 \right) \text{ minutter} \tag{40}$$

$$= \underline{6.8234 \text{ minutter}} \tag{41}$$

som gir realiseringen

$$\underline{\underline{[\ LB_n^{\mu}\ ,\ UB_n^{\mu}\ ] = [\ 5.7766\ ,\ 6.8234\ ] \text{ minutter}}} \tag{42}$$

av det asymptotiske 99 %-konfidensintervallet for μ.

Siden Student's t-fordelingen har tykkere haler så er kvantilene større.
Dermed blir også konfidensintervallet større.

e) Definisjonen av et asymptotisk konfidensintervall er: (se kompendium)

$$\lim_{n\to\infty} P_\mu(LB_n^\sigma \leq \sigma \leq UB_n^\sigma) \;=\; 1-\alpha \tag{43}$$

Siden Y_i-variablene er $i.i.d.$ så er gjennomsnittet $\overline{Y}$ normalfordelt.
Ved å standardisere og gjøre tilsvarende som i forrige eksempel så får man:

$$\underline{\underline{[\; LB_n^\sigma \;,\; UB_n^\sigma, \;] \;=\; \left[\; \sqrt{\frac{n-1}{(n-1)+z_{1-\alpha/2}\sqrt{2(n-1)}}}\, S_y \;,\; \sqrt{\frac{n-1}{(n-1)+z_{\alpha/2}\sqrt{2(n-1)}}}\, S_y \;\right]}} \tag{44}$$

Kvantilene når $\alpha = 0.001$: (se figur 2) [5]

$$z_{\alpha/2} \;=\; z_{0.005} \;=\; -2.575 \quad , \quad z_{1-\alpha/2} \;=\; z_{0.995} \;=\; 2.575 \tag{45}$$

via omvendt tabelloppslag fra kompendiet.
Fra løsningen av øving 5 har vi at:

$$s_y \;=\; 1.993 \text{ minutter} \tag{46}$$

[5] Absoluttverdiene til $z_{\alpha/2}$ og $z_{1-\alpha/2}$ er like fordi N-fordelingen er symmetrisk.

Realisering: (tall)

$$\underline{LB_n^{\sigma}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} = \sqrt{\frac{n-1}{(n-1) + z_{1-\alpha/2}\sqrt{2(n-1)}}}\, s_y \tag{47}$$

$$= \sqrt{\frac{100-1}{(100-1) + 2.575\sqrt{2(100-1)}}} \cdot 1.993 \tag{48}$$

$$= \underline{1.705 \text{ minutter}} \tag{49}$$

$$\underline{UB_n^{\sigma}(y_1, y_2 \ldots, y_n)} = \sqrt{\frac{n-1}{(n-1) + z_{\alpha/2}\sqrt{2(n-1)}}}\, s_y \tag{50}$$

$$= \sqrt{\frac{100-1}{(100-1) - 2.575\sqrt{2(100-1)}}} \cdot 1.993 \tag{51}$$

$$= \underline{2.503 \text{ minutter}} \tag{52}$$

som gir realiseringen

$$\underline{\underline{[\ LB_n^{\sigma}\ ,\ UB_n^{\sigma}\ ] \ = \ [\ 1.705\ ,\ 2.503\ ] \text{ minutter}}} \tag{53}$$

av det <u>asymptotiske</u> 99 %-konfidensintervallet for standardavviket σ til bearbeidsingtiden Y.

f) Siden $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ er *i.i.d.* normalfordelte stokastiske variabler, dvs. $Y_i \sim N[\mu, \sigma]$ så er den stokastiske variabelen

$$\frac{(n-1)S_y^2}{\sigma^2} \;\sim\; \chi^2_{n-1} \tag{54}$$

χ^2_{n-1}-fordelt med $n-1$ frihetsgrader.

Vi bruker χ^2_{n-1}-fordelingens α kvantiler, $\chi_{\alpha/2}$ og $\chi_{1-\alpha/2}$, for å konstruere et eksakt 99 %-konfidensintervall for σ:

$$P\left(\chi_{\alpha/2} \;\leq\; \frac{(n-1)S_y^2}{\sigma^2} \;\leq\; \chi_{1-\alpha/2} \right) \;=\; 1-\alpha \tag{55}$$

$$\Updownarrow \qquad \text{(algebra)}$$

$$P\left(\underbrace{\sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2}}}\, S_y}_{=\,LB_n^\sigma} \;\leq\; \sigma \;\leq\; \underbrace{\sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2}}}\, S_y}_{=\,UB_n^\sigma} \right) \;=\; 1-\alpha \tag{56}$$

hvor vi definerer dermed nedre og øvre grenser:

$$LB_n^\sigma \;=\; \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2}}}\, S_y \tag{57}$$

$$UB_n^\sigma \;=\; \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2}}}\, S_y \tag{58}$$

med

$$\chi_{\alpha/2} \;=\; \text{nedre kvantil til } \chi^2_{n-1}\text{-fordelingen} \tag{59}$$

$$\chi_{1-\alpha/2} \;=\; \text{øvre kvantil til } \chi^2_{n-1}\text{-fordelingen} \tag{60}$$

Intervallet

$$\underline{\underline{[\ LB_n^\sigma\, ,\, UB_n^\sigma\ ] \ = \ \left[\ \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2}}}\, S_y\ ,\ \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2}}}\, S_y\ \right]}} \tag{61}$$

er dermed et <u>eksakt</u> $(1-\alpha)\,100\,\%$-konfidensintervall for σ for effekten Y.

Med $\alpha = 0.01$ og $n = 100$ for bearbeidsingstiden Y så finner vi f.eks. ved å google på nettet: [6] [7]

$$\chi_{\alpha/2} = \chi_{0.005} = 66.5 \tag{62}$$

$$\chi_{1-\alpha/2} = \chi_{0.995} = 139.0 \tag{63}$$

Fra løsningen av øving 5:

$$s_y = 1.993 \text{ minutter} \tag{64}$$

Realisering: (tall)

$$\underline{LB_n^{\sigma}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2}}}\, s_y \tag{65}$$

$$= \sqrt{\frac{100-1}{139.0}} \cdot 1.993 \tag{66}$$

$$= \underline{1.6820} \tag{67}$$

$$\underline{UB_n^{\sigma}(y_1, y_2, \ldots, y_n)} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2}}}\, s_y \tag{68}$$

$$= \sqrt{\frac{100-1}{66.5}} \cdot 1.993 \tag{69}$$

$$= \underline{2.4317} \tag{70}$$

[6] Kvantilene $\chi_{\alpha/2}$ og $\chi_{1-\alpha/2}$ er forskjellige fordi χ-fordelingen ikke er symmetrisk, se f.eks. figur i kompendiet eller google på internett.

[7] Ved googling på internett så finner man mange nettsteder hvor man finner de aktuelle kvantilene, f.eks. https://keisan.casio.com/exec/system/1180573197. Husk at $n = 100$.

som gir realiseringen

$$\underline{\underline{[\ LB_n^\sigma\ ,\ UB_n^\sigma\ ]\quad =\quad [\ 1.6820\ ,\ 2.4317\ ]}} \tag{71}$$

av det <u>eksakte</u> 99 %-konfidensintervallet for standardavviket σ til bearbeidingstiden Y.

g) Asymptotisk $(1-\alpha)\,100\,\%$ konfidensintervall for

$$\hat{\lambda} \;=\; \overline{X} \;=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{72}$$

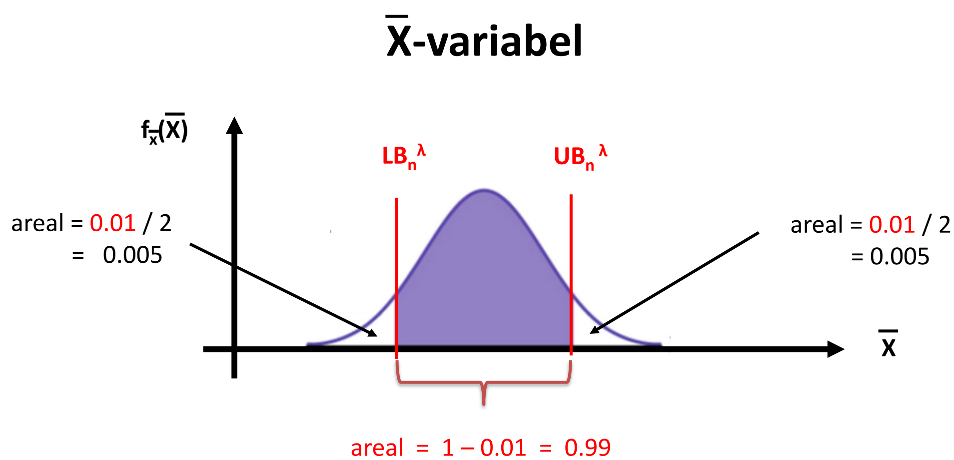
Fra oppgaven vet vi at:

$$X_1,\, X_2,\, X_3,\, \ldots\, , X_n \;\overset{\text{i.i.d.}}{\sim}\; X \;\sim\; \text{Exp}[\,\lambda\,] \tag{73}$$

I fotnoten i oppgaveteksten var det oppgitt att $E[X] = E[X_i] = \lambda$ og at $\sigma^2[X] = \sigma^2[X_i] = \lambda^2$.

Definisjonen av et asymptotisk konfidensintervall med $\theta \;=\; \lambda$:

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} P_\lambda(\,LB_n^\lambda \,\le\, \lambda \le UB_n^\lambda\,) \;\;=\;\; 1-\alpha \qquad (74)}$$



Figur 3: Asymptotisk 99 %-konfidensintervall for λ.

Siden alle X_i i lign.(73) oppfyller i.i.d. (med $X_i \sim \text{Exp}[\lambda]$), får vi fra sentralgrenseteoremet at

$$\overline{X} \overset{n \to \infty}{\sim} N\left[\, E[\overline{X}]\,,\, \sigma[\overline{X}]\,\right] \tag{75}$$

Standardiserer: [8]

$$\underline{Z} = \frac{\overline{X} - E[\overline{X}]}{\sigma[\overline{X}]} = \underline{\frac{\overline{X} - \lambda}{\frac{\lambda}{\sqrt{n}}}} \overset{n \to \infty}{\sim} N[0,1] \tag{79}$$

[8]Estimatoren $\hat{\lambda}$ er forventningsrett, dvs.:

$$E[\,\hat{\lambda}\,] = E[\,\overline{X}\,] = \lambda \tag{76}$$

Variansen til $\hat{\lambda}$ er:

$$Var[\,\hat{\lambda}\,] = Var[\,\overline{X}\,] = \frac{\lambda^2}{n} \tag{77}$$

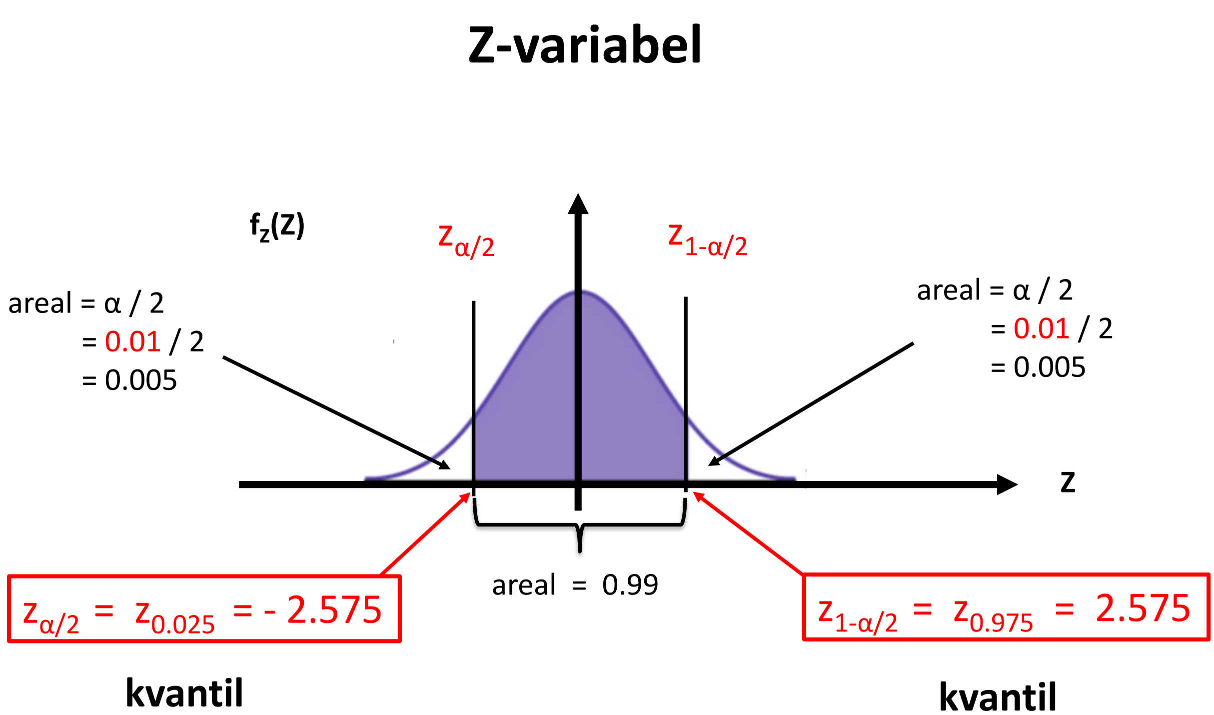
Generelt er $\sigma[X] = \sqrt{Var[X]}$, dermed:

$$\sigma[\,\hat{\lambda}\,] = \sigma[\overline{X}] = \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \tag{78}$$

Kvantilene når $\alpha = 0.001$: (se figur 4) [9]

$$z_{\alpha/2} \;=\; z_{0.005} \;=\; -2.575 \quad , \quad z_{1-\alpha/2} \;=\; z_{0.995} \;=\; 2.575 \tag{80}$$

via omvendt tabelloppslag for normalfordelingen fra kompendiet.



Figur 4: Kvantil.

[9] Absoluttverdiene til $z_{\alpha/2}$ og $z_{1-\alpha/2}$ er like fordi normalfordelingen er symmetrisk.

Fra definisjonen i lign.(74):

$$\lim_{n\to\infty} P_\lambda(LB_n^\lambda \leq \lambda \leq UB_n^\lambda) \;=\; 1-\alpha \tag{81}$$

Siden estimatoren $\hat{\lambda}$ er normalfordelt, se lign.(75), så standardiserer vi:

$$\lim_{n\to\infty} P\big(z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{1-\alpha/2} \big) \;=\; 1-\alpha \tag{82}$$

hvor Z er gitt ved lign.(79):

$$\lim_{n\to\infty} P\left(z_{\alpha/2} \leq \frac{\overline{X}-\lambda}{\frac{\lambda}{\sqrt{n}}} \leq z_{1-\alpha/2} \right) = 1-\alpha \tag{83}$$

$$\Updownarrow \qquad \text{(algebra)}$$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\underbrace{\overline{X} - \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\lambda}_{=\,LB_n^\lambda} \leq \lambda \leq \underbrace{\overline{X} - \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\lambda}_{=\,UB_n^\lambda} \right) = 1-\alpha \tag{84}$$

og hvor vi definerer nedre og øvre grenser:

$$LB_n^\lambda = \overline{X} - \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\lambda \tag{85}$$

$$UB_n^\lambda = \overline{X} - \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\lambda \tag{86}$$

Med $\hat{\lambda} = \overline{X}$ innsatt for λ i lign.(85) og (86):

$$LB_n^\lambda = \overline{X} - \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\overline{X} \tag{87}$$

$$UB_n^\lambda = \overline{X} - \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\overline{X} \tag{88}$$

Intervallet

$$
\underline{\underline{[\, LB_n^{\lambda} \,,\, UB_n^{\lambda} \,] \;=\; \left[\; \overline{X} \;-\; \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\, \overline{X} \;,\; \overline{X} \;-\; \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\, \overline{X} \;\right]}} \tag{89}
$$

er dermed et *asymptotisk* $(1-\alpha)\,100\,\%$-konfidensintervall for λ.

Fra løsningen av øving 5 har vi at:

$$\overline{x} \quad = \quad 0.439 \text{ minutter} \tag{90}$$

Realisering: (tall)

$$\underline{LB_n^\lambda(x_1, x_2, \ldots, x_n)} \quad = \quad \overline{x} \;-\; \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,\overline{x} \tag{91}$$

$$= \quad \left(0.439 \;-\; \frac{2.575}{\sqrt{100}} \cdot 0.439 \right) \text{ minutter} \tag{92}$$

$$= \quad \underline{0.326 \text{ minutter}} \tag{93}$$

$$\underline{UB_n^\lambda(x_1, x_2, \ldots, x_n)} \quad = \quad \overline{x} \;-\; \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}\,\overline{x} \tag{94}$$

$$= \quad \left(0.439 - \frac{(-2.575)}{\sqrt{100}} \cdot 0.439 \right) \text{ minutter} \tag{95}$$

$$= \quad \underline{0.552 \text{ minutter}} \tag{96}$$

som gir realiseringen

$$\underline{\underline{[\; LB_n^\lambda \;,\; UB_n^\lambda \;] \quad = \quad [\; 0.326 \;,\; 0.552 \;] \text{ minutter}}} \tag{97}$$

av det asymptotiske 99 %-konfidensintervallet for λ.

■