

Løsning: Oppgavesett nr.4

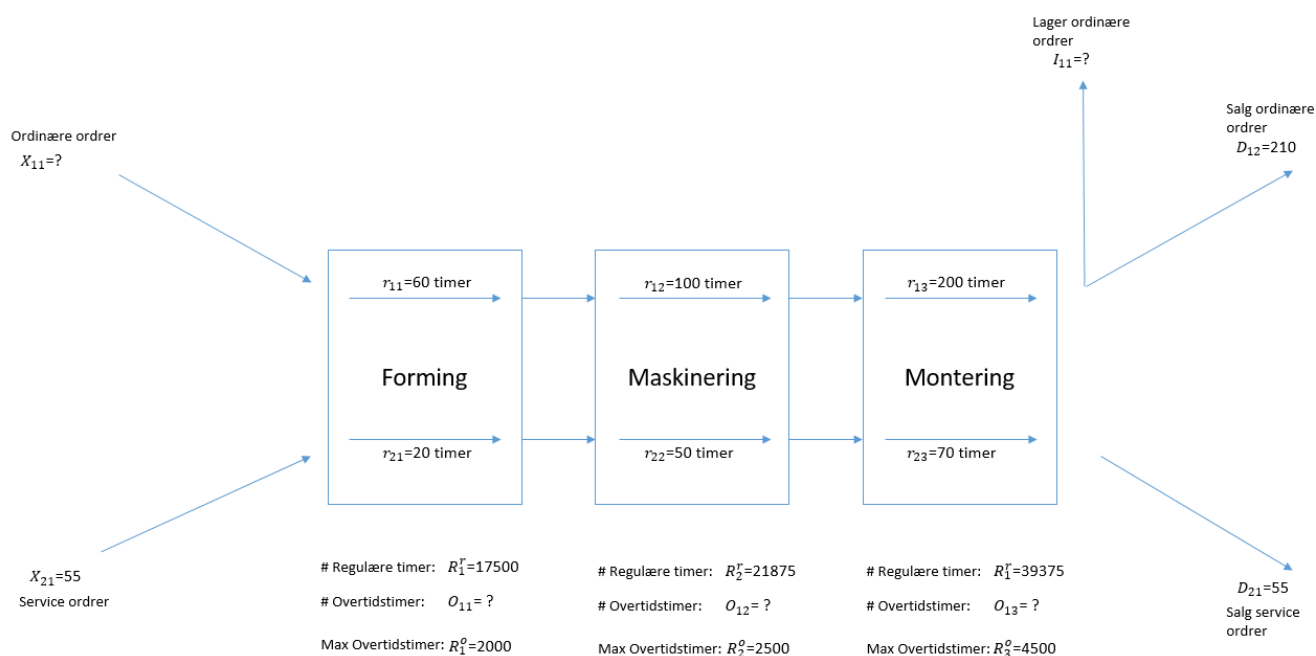
“SCM200 Lager -og Produksjonsstyring”, vår 2019

Oppgave 1: (“Aggregert produksjonsplanlegging”)

Igjen er det første vi gjør å tegne opp en foruftig figur som illustrerer strukturen i problemet godt.

Figur 1 viser de tre avdelingene hos Brunvoll i riktig rekkefølge for 1. halvår. Hver avdeling har et visst antall ansatte og et visst antall mulige overtidstimer. Legg merke til at de ansatte kan *ikke* skifte fra avdeling til avdeling.

Legg også merke til at ordinære ordrer lagres etter montering, mens serviceorder *ikke* lagres (leveres straks de er ferdige).



Figur 1: Avdelingene på Brunvoll 1 halvår: Forming, maskinering og montering.

a) (Data)

Indeksering: (KUN nødvendig hvis man velger indeksform)

Vi har følgende indekseringer:

- halvårene indekseres ved $t = 1, 2$
- ordretypene indekseres ved $i = 1, 2$, $i = 1$ er ordinære ordrer mens $i = 2$ er service ordrer.
- afdelingene forming, maskinering og montering indekseres ved $j = 1, 2, 3$ henholdsvis

Lager:

$I_0 = 0$	Inngående lagerbeholdning av ordinære ordrer
$I_2 = 0$	Utgående lagerbeholdning av ordinære ordrer

Etterspørsel:

$D_{11} = 210$	etterspørsel for ordinære ordrer i 1. halvår
$D_{12} = 230$	etterspørsel for ordinære ordrer i 2. halvår
$D_{21} = 55$	etterspørsel for service ordrer i 1. halvår
$D_{22} = 55$	etterspørsel for service ordrer i 2. halvår

eller på indeksform:

$$D_{it} = \text{Etterspørsel for ordretype } i \text{ for halvår } t, \text{ hvor } i, t = 1, 2$$

Kapasitetsskranker:

Kapasitetsskrankene er ikke gitt direkte ifra oppgaven. Vi må regne dem ut ifra antall ansatte. Siden hver avdeling krever forskjellig type kvalifikasjoner, får vi kapasitetsskranker for hver avdeling.

Vi må skille mellom regulære arbeidestimer og overtidstimer:

Regulære timer:

$R_1 = 20 \cdot 875 = 17500$	antall regulære timer tilgjengelig ved avdeling for forming
$R_2 = 25 \cdot 875 = 21875$	antall timer regulære tilgjengelig ved avdeling for maskinering
$R_3 = 45 \cdot 875 = 39375$	antall timer regulære tilgjengelig ved avdeling for montering

Overtidstimer:

$R_1^o = 20 \cdot 100 = 2000$	antall overtidstimer tilgjengelig ved avdeling for forming
$R_2^o = 25 \cdot 100 = 2500$	antall overtidstimer tilgjengelig ved avdeling for maskinering
$R_3^o = 45 \cdot 100 = 4500$	antall overtidstimer tilgjengelig ved avdeling for montering

Bearbeidingstider:

$r_{11} = 60$	bearbeidingstid i timer for ordinære ordrer ved avdeling 1 (forming)
$r_{12} = 100$	bearbeidingstid i timer for ordinære ordrer ved avdeling 2 (forming)
$r_{13} = 200$	bearbeidingstid i timer for ordinære ordrer ved avdeling 3 (forming)
$r_{21} = 20$	bearbeidingstid i timer for service ordrer ved avdeling 1 (forming)
$r_{22} = 50$	bearbeidingstid i timer for service ordrer ved avdeling 2 (forming)
$r_{23} = 70$	bearbeidingstid i timer for service ordrer ved avdeling 3 (forming)

eller på indeksform:

r_{ij} = bearbeidingstid i timer for ordretype i ved avdeling j , hvor hvor $i = 1, 2$ og $j = 1, 2, 3$.)

Kostnader:

$c = 150$	kostnaden ved en overtidstime
$h = 100000$	kostnaden ved overlaging av en ordinær ordre fra 1. til 2. halvår

b) (Variabler)

Vi skal bestemme produksjonskvanta, lager og antall overtidstimer.

Produksjonskvanta:

X_1 = antall ordinære ordrer produsert i 1. halvår

X_2 = antall ordinære ordrer produsert i 2. halvår

eller på indeksform:

X_t = antall ordinære ordrer produsert i halvår $t = 1, 2$

Men hva med service ordrer? Siden vi ikke fører lager av serviceordrer, er antall ordrer gitt for hvert halvår. Det vil si at vi VET at i både 1. og 2. halvår må vi produsere 55 serviceordrer. Beslutningen om lager er derfor allerede tatt, og satt lik 0, og følgelig blir ikke disse variabler.

Lager:

I_1 = antall ordinære ordrer ovelagret fra 1. til 2. halvår

Overtid:

Vi må bestemme overtidsforbruket for hver avdeling:

O_{11} = antall overtidstimer brukt på avdeling 1 (forming) i 1. halvår

O_{21} = antall overtidstimer brukt på avdeling 2 (maskinering) i 1. halvår

O_{31} = antall overtidstimer brukt på avdeling 3 (montering) i 1. halvår

O_{12} = antall overtidstimer brukt på avdeling 1 (forming) i 2. halvår

O_{22} = antall overtidstimer brukt på avdeling 2 (maskinering) i 2. halvår

O_{32} = antall overtidstimer brukt på avdeling 3 (montering) i 2. halvår

eller på indeksform:

O_{ji} = antall overtidstimer brukt på avdeling j i halvår t , hvor $j = 1, 2, 3$ og $t = 1, 2$

c) (Målfunksjonen:)

Målet er å minimere totale lager- og overtidskostnader:

$$C = hI_1 + cO_{11} + cO_{21} + cO_{31} + cO_{12} + cO_{22} + cO_{32}$$

eller på indeksform:

$$C = hI_1 + \sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^2 cO_{jt}$$

d) (føringene:)

Lagerbalansen:

$$I_0 + X_1 - D_{11} = I_1$$

$$I_1 + X_2 - D_{12} = I_2$$

eller på indeksform:

$$I_{t-1} + X_t - D_{1t} = I_t \quad \text{lagerbalanse for ordinære ordrer for halvår } t = 1, 2$$

Maksimalt overtidsforbruk:

$$O_{11} \leq R_1^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling 1 (forming) i 1. halvår}$$

$$O_{21} \leq R_2^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling 2 (maskinering) i 1. halvår}$$

$$O_{31} \leq R_3^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling 3 (montering) i 1. halvår}$$

$$O_{12} \leq R_1^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling 1 (forming) i 2. halvår}$$

$$O_{22} \leq R_2^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling 2 (maskinering) i 2. halvår}$$

$$O_{32} \leq R_3^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling 3 (montering) i 2. halvår}$$

eller på indeksform:

$$O_{jt} \leq R_j^o \quad \text{overtidskapasitet ved avdeling j for halvår, hvor } t, j = 1, 2, 3 \text{ og } t = 1, 2$$

Kapasitet:

$$\begin{array}{ll} r_{11}X_1 + r_{21}D_{21} \leq R_1^o + O_{11} & \text{kapasitet ved avdeling 1 (forming) i 1. halvår} \\ r_{12}X_1 + r_{22}D_{21} \leq R_2^o + O_{21} & \text{kapasitet ved avdeling 2 (forming) i 1. halvår} \\ r_{13}X_1 + r_{23}D_{21} \leq R_3^o + O_{31} & \text{kapasitet ved avdeling 3 (forming) i 1. halvår} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} r_{11}X_2 + r_{21}D_{22} \leq R_1^o + O_{12} & \text{kapasitet ved avdeling 1 (forming) i 2. halvår} \\ r_{12}X_2 + r_{22}D_{22} \leq R_2^o + O_{22} & \text{kapasitet ved avdeling 2 (forming) i 2. halvår} \\ r_{13}X_2 + r_{23}D_{22} \leq R_3^o + O_{32} & \text{kapasitet ved avdeling 3 (forming) i 2. halvår} \end{array}$$

eller på indeksform:

$$r_{1j}X_t + r_{2j}D_{jt} \leq R_j^o + O_{jt} \quad \text{kapasitet ved avdeling } j \text{ i halvår, hvor } t, j = 1, 2, 3 \text{ og } t = 1, 2$$

e) (Ikke løsbart:)

Vi skal vise at problemet ikke er løsbart. Det innebærer å vise at etterspørselen krever mer kapasitet enn det som er *maksimalt* tilgjengelig.

Maksimal kapasitetsforbruk innebærer at vi utnytter alle overtidstimer som er tilgjengelig.

I tillegg må vi sjekke kapasiteten for hver *avdeling*.

1. halvår:

1. halvår, avdeling 1 forming, ingen overlagring:

Maksimal tilgjengelig kapasitet:

$$R_1 + R_1^o = 17500 + 2000 = 19500$$

Maksimalt kapasitetsbehov:

$$60D_{11} + 20D_{21} = 60 \cdot 210 + 20 \cdot 55 = 12600 + 1100 = 13700$$

Vi har derfor nok kapasitet ved avdeling 1, med $19500 - 13700 = 5800$ timer tilgjengelig til overlagring.

1. halvår, avdeling 2 maskinering, ingen overlaging:

Maksimal tilgjengelig kapasitet:

$$R_2 + R_2^o = 21875 + 2500 = 24375$$

Maskimalt kapasitetsbehov:

$$100D_{11} + 50D_{21} = 100 \cdot 210 + 50 \cdot 55 = 21000 + 2750 = 23750$$

Vi har derfor nok kapasitet ved avdeling 1, med $24375 - 23750 = 625$ timer tilgjengelig til overlaging.

1. halvår, avdeling 3 montering, ingen overlaging:

Maksimal tilgjengelig kapasitet:

$$R_3 + R_3^o = 39375 + 4500 = 43875$$

Maskimalt kapasitetsbehov:

$$200D_{11} + 70D_{21} = 200 \cdot 210 + 70 \cdot 55 = 42000 + 3850 = 45850$$

Vi har derfor IKKE nok kapasitet ved avdeling 3, med $45850 - 43875 = 1975$ timer for lite. Vi kan dermed konkludere med at problemet IKKE er løsbart, siden avdeling 3 ikke har kapasitet nok til å produsere den totale etterspørselen for 1. halvår.

f) (Utvidelse: innleid arbeidskraft)

Nye data:

Vi har et maksimalt antall timer tilgjengelig ved innleie, for hver avdeling:

$$\begin{aligned} R_1^i &= 5 \cdot 875 = 4375, & \text{maksimalt antall innleide timer for avdeling 1 (forming)} \\ R_2^i &= 10 \cdot 875 = 8750, & \text{maksimalt antall innleide timer for avdeling 2 (maskinering)} \\ R_3^i &= 10 \cdot 875 = 8750, & \text{maksimalt antall innleide timer for avdeling 3 (montering)} \end{aligned}$$

i tillegg har vi regulær timespris ved innleie:

$$c^i = 300, \quad \text{timespris ved innleie}$$

Nye variabler:

Vi må bestemme hvor mange timer som skal leies inn ved hver avdeling for hvert halvår:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \text{antall innleide timer ved avdeling 1 for 1. halvår} \\ Y_{21} &= \text{antall innleide timer ved avdeling 2 for 1. halvår} \\ Y_{31} &= \text{antall innleide timer ved avdeling 3 for 1. halvår} \\ \\ Y_{12} &= \text{antall innleide timer ved avdeling 1 for 2. halvår} \\ Y_{22} &= \text{antall innleide timer ved avdeling 2 for 2. halvår} \\ Y_{32} &= \text{antall innleide timer ved avdeling 3 for 2. halvår} \end{aligned}$$

eller på indeksform:

$$Y_{jt} = \text{antall innleide timer ved avdeling } j \text{ for halvår } t, \text{ hvor } j = 1, 2, 3 \text{ og } t = 1, 2.$$

Ny målfunksjon:

Vi må legge til kostnadene ved bruk av innleide timer:

$$C = hI_1 + cO_{11} + cO_{21} + cO_{31} + cO_{12} + cO_{22} + cO_{32} + c^iY_{11} + c^iY_{21} + c^iY_{31} + c^iY_{12} + c^iY_{22} + c^iY_{32}$$

eller på indeksform:

$$C = hI_1 + \sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^2 cO_{jt} + \sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^2 c^iY_{jt}$$

Nye føringer:

Maksimalt innleide timer for hver avdeling:

$Y_{11} \leq R_1^i$	maksimalt antall innleide timer ved avdeling 1 for 1. halvår
$Y_{21} \leq R_2^i$	maksimalt antall innleide timer ved avdeling 2 for 1. halvår
$Y_{31} \leq R_3^i$	maksimalt antall innleide timer ved avdeling 3 for 1. halvår
$Y_{12} \leq R_1^i$	maksimalt antall innleide timer ved avdeling 1 for 2. halvår
$Y_{22} \leq R_2^i$	maksimalt antall innleide timer ved avdeling 2 for 2. halvår
$Y_{32} \leq R_3^i$	maksimalt antall innleide timer ved avdeling 3 for 2. halvår

eller på indeksform:

$$Y_{jt} \leq R_j^i \quad \text{maksimalt antall innleide timer ved avdeling } j \text{ for halvår } t, \text{ hvor } j = 1, 2, 3 \text{ og } t = 1, 2.$$

Kapasitet ved hver avdeling:

Vi må nå legge til den ekstra kapasiteten via innleide timer:

$r_{11}X_1 + r_{21}D_{21} \leq R_1^o + O_{11} + Y_{11}$	kapasitet ved avdeling 1 (forming) i 1. halvår
$r_{12}X_1 + r_{22}D_{21} \leq R_2^o + O_{21} + Y_{21}$	kapasitet ved avdeling 2 (forming) i 1. halvår
$r_{13}X_1 + r_{23}D_{21} \leq R_3^o + O_{31} + Y_{31}$	kapasitet ved avdeling 3 (forming) i 1. halvår
$r_{11}X_2 + r_{21}D_{22} \leq R_1^o + O_{12} + Y_{12}$	kapasitet ved avdeling 1 (forming) i 2. halvår
$r_{12}X_2 + r_{22}D_{22} \leq R_2^o + O_{22} + Y_{22}$	kapasitet ved avdeling 2 (forming) i 2. halvår
$r_{13}X_2 + r_{23}D_{22} \leq R_3^o + O_{32} + Y_{32}$	kapasitet ved avdeling 3 (forming) i 2. halvår

eller på indeksform:

$$r_{1j}X_t + r_{2j}D_{jt} \leq R_j^o + O_{jt} + Y_{jt} \quad \text{kapasitet ved avdeling } j \text{ i halvår, hvor } t, j = 1, 2, 3 \text{ og } t = 1, 2$$

Er problemet nå løsbart?

Vi husker fra oppgave e) at avdeling 3 i første halvår hadde en underkapasitet på 1975 timer. Siden vi har maksimalt 8750 tilgjengelige innleide timer for denne avdelingen, har vi løst dette problemet for 1. halvår.

Vi må nå sjekke tilsvarende for 2. halvår.

2. halvår, avdeling 1 forming, ingen overlagring:

Maksimal tilgjengelig kapasitet:

$$R_1 + R_1^o + R_1^i = 17500 + 2000 + 4375 = 23875$$

Maskimalt kapasitetsbehov:

$$60D_{11} + 20D_{21} = 60 \cdot 230 + 20 \cdot 55 = 13800 + 1100 = 14900$$

Vi har derfor nok kapasitet ved avdeling 1, med $23875 - 14900 = 8975$ timer tilgjengelig til overs.

2. halvår, avdeling 2 maskinering, ingen overlaging:

Maksimal tilgjengelig kapasitet:

$$R_2 + R_2^o + R_2^i = 21875 + 2500 + 8750 = 33125$$

Maskimalt kapasitetsbehov:

$$100D_{11} + 50D_{21} = 100 \cdot 230 + 50 \cdot 55 = 23000 + 2750 = 25750$$

Vi har derfor nok kapasitet ved avdeling 1, med $33125 - 25750 = 7375$ timer til overs.

2. halvår, avdeling 3 montering, ingen overlagring:

Maksimal tilgjengelig kapasitet:

$$R_3 + R_3^o + R_2^i = 39375 + 4500 + 8750 = 52625$$

Maksimalt kapasitetsbehov:

$$200D_{11} + 70D_{21} = 200 \cdot 230 + 70 \cdot 55 = 46000 + 3850 = 49850$$

Vi har derfor nok kapasitet ved avdeling 3, med $52625 - 49875 = 2750$ timer til overs.

Konklusjon:

Vi kan dermed konkludere med at problemet HAR blitt er løsbart ved å introdusere innleide timer.

Oppgave 2: (aggregert planlegging)

- a) Avdeling 1 har to skift hvor hvert skift gir 960 produksjonstimer.
Totalt har avdelingen dermed $960+960 = 1920$ timer produksjonstimer.

I tillegg kan avdeling 1 benytte seg av maksimalt 300 timer overtidsproduksjon hver måned.

Hver måned har avdelingen dermed totalt $1920+300 = 2220$ timer tilgjengelig til produksjon.

Kapasiteten ved avdeling 1 må minst oppfylle (for hver måned):

$$\text{timer behov} \leq \text{timer tilgjengelig} \quad (1)$$

I tillegg til å sjekke om kapasitetsføringen over er oppfylt, må vi bokføre hvor mange timer vi har til overs i hver måned.

Disse timene akkumuleres til neste periode som representerer mulighet for overlaging til påfølgende måneder med kapasitetssprekk.

Vi sjekker at kapasiteten er oppfylt for avdeling 1 frem til måned 8:

Avdeling 1:

Husk at ”Timer behov” er lik **summen** av etterspørsel*bearbeidingstid for familie 1 og familie 2:

Måned	Timer behov	Tilgjengelige timer	Timer til overs
1	$30 \cdot 15 + 10 \cdot 26 = 710$	2220	1510
2	$25 \cdot 15 + 20 \cdot 26 = 895$	2220	2835
3	$40 \cdot 15 + 30 \cdot 26 = 1380$	2220	3675
4	$35 \cdot 15 + 60 \cdot 26 = 2085$	2220	3810
5	$20 \cdot 15 + 80 \cdot 26 = 2380$	2220	3650
6	$50 \cdot 15 + 100 \cdot 26 = 3350$	2220	2520
7	$40 \cdot 15 + 70 \cdot 26 = 2420$	2220	2320
8	$45 \cdot 15 + 50 \cdot 26 = 1975$	2220	2560

Tabell 1: Regnskap over kapasitetsforbruk på avdeling 1.

Legg merke til at kolonnen ”timer til overs” **akkumuleres** fra måneden før (lager).

Som vi ser fra tabellen har vi **ingen** måneder med kapasitetssprekk.

- b) Siden denne modellen er nokså stor, må vi benytte indeksnotasjon. Vi har tre indekser for dette problemet:

- **produktfamiliene**, som indekseres ved $i = 1, 2, 3, 4$, (interør, utendørs, båt, fabrikk hhv.)
- **avdelingene**, som indekseres ved $j = 1, 2$.
- **månedene**, som indekseres ved $t = 1, 2, \dots, 12$.

$$I_{i0} = \text{startlager inn til uke 1 for familie } i \quad (2)$$

$$I_{i12} = \text{sluttlager i uke 12 for familie } i \quad (3)$$

$$D_{it} = \text{etterspørsel for familie } i \text{ i måned } t \quad (4)$$

$$H_i = \text{overlagringskostnad per 100 000 liter per måned for familie } i \text{ fra uke } t \quad (5)$$

$$R_i = \text{bearbeidingstid for familie } i \quad (6)$$

$$M_j = \text{antall produksjonstimer per skift på avdeling } j \quad (7)$$

$$N_j = \text{antall skift på avdeling } j \quad (8)$$

$$\overline{O}_j = \text{maksimalt antall overtidstimer tilgjengelig ved avdeling } j \quad (9)$$

$$C_j^s = \text{månedslige skiftskostnader}^1 \text{ ved avdeling } j \quad (10)$$

$$C_j^o = \text{kostnad per overtidstime (utenom skift) ved avdeling } j \quad (11)$$

Vi har ikke oppgitt tallverdiene på C_1^s , C_2^s , C_1^o og C_2^o så disse må vi presisere:

$$C_1^s = 960 \cdot 10 \cdot 1\,000 = 960 \cdot 10\,000 = 9\,600\,000 \quad (12)$$

$$C_2^s = 480 \cdot 5 \cdot 1\,000 = 480 \cdot 5\,000 = 2\,400\,000 \quad (13)$$

$$C_1^o = 10 \cdot 1\,800 = 18\,000 \quad (14)$$

$$C_2^o = 5 \cdot 1\,800 = 9\,000 \quad (15)$$

Disse kostnadene er alle beregnet etter følgende formel:

$(\text{antall produksjonstimer per skift}) \cdot (\text{antall ansatte per skift}) \cdot (\text{kroner per produksjonstime})$	(16)
--	------

c) Tre typer beslutninger i oppgaven:

- Produksjonsmengde - hvor mange enheter produsert (i 100 000 liter)
- Overlagring - hvor mange enheter overlagret (i 100 000 liter)
- Overtid - hvor mange overtidstimer brukt

Produksjonsmengde:

$$X_{it} = \text{antall enheter produsert av familie } i \text{ i måned } t \quad (17)$$

hvor $t = 1, \dots, 12$.

Overlagring:

$$I_{it} = \text{antall enheter overlagret av familie } i \text{ fra måned } t \text{ til } t + 1 \quad (18)$$

hvor $t = 1, \dots, 11$.

Overtid:

$$O_{jt} = \text{antall overtidstimer brukt ved avdeling } j \text{ i måned } t \quad (19)$$

hvor $t = 1, \dots, 12$.

d) Målfunksjonen består av totale lager- og overtidskostnader: ²

$$\underline{\underline{C}} = (\text{totale lagerkostnader}) + (\text{totale overtidskostnader}) \quad (20)$$

$$= \underline{\underline{\sum_{i=1}^4 \sum_{t=1}^{11} H_i I_{it} + \sum_{j=1}^2 \sum_{t=1}^{12} C_j^o O_{jt}}} \quad (21)$$

e) Vi identifiserer hvilke føringer vi har:

- Lagerbalanse
- Produksjonskapasitet
- Overtidskapasitet

1) Lagerbalanse:

$$I_{it-1} + X_{it} - D_{it} = I_{ti} \quad (22)$$

for alle i og t .

²Vanlige produksjonskostnader (skift) tas ikke med i målfunksjonen siden denne kostnaden er gitt.

2) Produksjonskapasitet:

Avdeling 1:

$$(\text{antall timer brukt}) \leq (\text{antall timer tilgjengelig}) \quad (23)$$

$$(\text{ant. timer brukt}) \leq (\text{ant. timer per skift}) \cdot (\text{antall skift}) + \text{ant overtidstimer} \quad (24)$$

$$R_1 X_{1t} + R_2 X_{2t} \leq M_1 N_1 + O_{1t} \quad (25)$$

Avdeling 2:

$$R_3 X_{3t} + R_4 X_{3t} \leq M_2 N_2 + O_{2t} \quad (26)$$

3) Maks antall overtidstimer:

$$O_{jt} \leq \bar{O}_j \quad (27)$$

- f) Vi skal utvide modellen slik at beslutningen om hvorvidt vi skal benytte et tredje skift eller ikke på avdeling 1 er inkludert.

Nye data:

Ingen nye data siden vi inkluderte skiftkostnadene i likn. (12).

Nye variabler:

Vi må inkludere beslutningen om hvorvidt et tredje skift skal benyttes på avdeling 1 eller ikke. Dette er en ja/nei beslutning:

$$Y_{1t} = \begin{cases} 1 & , \text{ dersom vi bruker et tredje skift på avdeling 1 i måned } t \\ 0 & , \text{ hvis ikke} \end{cases} \quad (28)$$

Ny målfunksjon:

Vi må inkludere kostnaden for det tredje skiftet:

$$C' = C + \sum_{t=1}^{12} C_1^s Y_t \quad (29)$$

Her er C kostnadsfunksjonen fra likning (21).

Nye føringer:

Vi må først oppdatere produksjonskapasitetsføringen for avdeling 1 (j=1):

$$R_1 X_{1t} + R_2 X_{2t} \leq M_j N_j + O_{jt} + \textcolor{red}{M_j Y_{1t}} \quad (30)$$

Vi har også en [logisk](#) føring mellom det tredje skiftet og mulighet for overtidstimer på avdeling 1:

$$\text{Hvis } Y_{1t} = 1 \text{ så må } O_{1t} = 0 \quad (31)$$

På matematisk form:

$$\textcolor{red}{O_{1t}(1 - Y_{1t}) = 0} \quad (32)$$

Eller på lineær form:

$$O_{1t} \leq \overline{O}_1 Y_{1t} \quad (33)$$

for alle $t = 1, \dots, 12$.

■